



Schola Europaea / Bureau du Secrétaire général

Unité de développement pédagogique

Réf. : 2021-01-D-54-fr-3<sup>12</sup>

Orig : EN

## Programme de mathématiques S6-S7 Cours approfondi (3 périodes par semaine)

---

Approuvé par le Comité pédagogique mixte lors de sa réunion en ligne  
des 11 et 12 février 2021

Entrée en vigueur : le 1er septembre 2021 pour S6  
le 1er septembre 2022 pour S7

1<sup>re</sup> session du baccalauréat en juin 2023

---

<sup>1</sup> Mise à jour de la fiche d'évaluation orale (oral record sheet) : le CIS a approuvé par la voie de la Procédure écrite n°2022/60 le document "European Schools' Criteria for the Assessment of the Baccalaureate Oral Exams – Applicable as from European Baccalaureate session 2023" (Ref. 2022-09-D-46-en), le 5 décembre 2022 avec une entrée en vigueur immédiate.

<sup>2</sup> Le programme a fait l'objet de légères modifications telles que des clarifications, des reformulations, des corrections d'erreurs et une harmonisation entre les versions linguistiques.

# Programme de mathématiques des écoles européennes

## Années S6&S7 Cours approfondi (3 périodes)

---

### Table des matières

1. Objectifs généraux.....	3
2. Principes didactiques.....	4
3. Objectifs d'apprentissage.....	7
3.1. Compétences.....	7
3.2. Concepts transversaux.....	8
4. Contenu.....	9
4.1. Thèmes et sujets.....	9
4.2. Tableaux.....	9
5. Évaluation.....	38
5.1. Descripteurs de niveaux atteints.....	41
5.2. Examen oral : cours approfondi en mathématiques - Fiche d'évaluation.....	43
Annexe 1 : Plan de travail suggéré.....	45

## 1. Objectifs généraux

Les Ecoles européennes poursuivent une double mission : assurer une formation de base grâce à l'enseignement d'un certain nombre de matières et encourager le développement personnel des élèves dans un contexte social et culturel élargi. La formation de base implique l'acquisition de compétences (savoirs, savoir-faire et savoir-être) dans une série de disciplines. Le développement personnel se réalise dans différents contextes spirituels, moraux, sociaux et culturels. Il implique une prise de conscience des comportements appropriés, une compréhension de leur cadre de vie et la construction de leur identité personnelle.

La prise de conscience et l'expérience d'une vie européenne partagée devraient guider les élèves à un plus grand respect des traditions de chaque pays et région d'Europe tout en développant et en préservant leur identité nationale propre.

Les élèves des Ecoles Européennes sont de futurs citoyens d'Europe et du monde. Comme tels, ils auront besoin d'un éventail de compétences-clés s'ils veulent relever les défis d'un monde qui évolue rapidement. En 2006, le Conseil de l'Europe et le Parlement européen ont approuvé le Cadre européen des compétences-clés pour l'éducation et la formation continue (« European Framework for Key Competences for Lifelong Learning »). Ce cadre identifie huit compétences-clés dont tous les individus ont besoin pour leur épanouissement et leur développement personnel, pour une citoyenneté active, pour l'intégration sociale et pour la vie active :

1. les compétences en lecture et en écriture,
2. les compétences multilingues,
3. la compétence mathématique et les compétences en sciences, en technologies et en ingénierie,
4. la compétence numérique,
5. les compétences personnelles et sociales et la capacité d'apprendre à apprendre,
6. les compétences citoyennes,
7. les compétences entrepreneuriales,
8. les compétences relatives à la sensibilité et à l'expression culturelles.

Les programmes d'études des Ecoles européennes cherchent à développer chez les élèves toutes ces compétences-clés.

Les compétences-clés sont si générales qu'elles ne sont pas constamment mentionnées dans les programmes de sciences et de mathématiques.


## 2. Principes didactiques

### Contexte général

Dans la description des objectifs d'apprentissage, les compétences reliées à un contenu déterminé jouent un rôle important. Cette place prépondérante de l'acquisition de compétences pour les objectifs d'apprentissage doit se refléter dans les cours. Certaines activités telles que l'expérimentation, la conception, la recherche d'explications et la discussion avec des pairs ou l'enseignant, favorisent l'acquisition de compétences. Dans l'enseignement des sciences, il est recommandé d'utiliser une approche pédagogique qui aide les élèves à se familiariser avec les concepts en les faisant observer, étudier et expliquer des phénomènes, puis en leur faisant faire des abstractions et des modèles. Dans l'enseignement des mathématiques, les enquêtes, la réalisation d'abstractions et la modélisation ont le même degré d'importance. Dans ces approches, il est essentiel que les élèves jouent un rôle actif. Ceci ne signifie pas pour autant que l'enseignant-e n'a pas de rôle à jouer : L'accompagnement de l'enseignant-e est en effet essentiel à une stimulation ciblée des activités des élèves.

### Les cours de mathématiques

Une attention particulière a été accordée au contenu et à la structure des sujets lors de leur première application en cours de mathématiques dans l'enseignement secondaire. Apprendre une notion peut être comparé à faire un « voyage » et trop de contenu fourni à un moment donné risque d'entraîner une mauvaise assimilation d'un concept mathématique. En limitant le contenu de ce syllabus (voir section 4.2.), davantage de temps peut être consacré chaque année au développement de concepts mathématiques fondamentaux déjà rencontrés antérieurement ou à de nouveaux concepts mathématiques introduits qui bénéficient du temps nécessaire pour être approfondis. Il convient de noter que les activités d'extension sont menées à l'initiative de l'enseignant. Toutefois, il est suggéré d'utiliser, au lieu d'une approche verticale dans l'extension, une approche horizontale dans le but de donner à l'élève une compréhension plus approfondie du concept mathématique. (Dans la section 4, le mot "limitation" est utilisé pour garantir que l'extension ne va pas trop loin).

De plus, il est admis qu'en mettant l'accent sur les compétences, ce programme va encourager les élèves à mieux apprécier les mathématiques, car ils comprennent non seulement mieux le contenu, mais ils comprennent aussi le contexte historique (il est entendu que le contexte historique soit exposé au cours des différents cycles) et les applications des mathématiques dans d'autres matières, en faisant des recoupements (on peut les voir dans la quatrième colonne de la section 4.2.). En tant que tels, les programmes ont été spécifiquement conçus en tenant compte des compétences-clés (section 1) et des compétences spécifiques à la matière (section 3.1.). Dans certains cas, les compétences-clés sont claires, par exemple les nombreuses activités historiques suggérées (indiquées par l'icône ) qui correspondent à la compétence clé 8 (sensibilité et expression culturelles). Dans d'autres domaines, le lien peut ne pas être aussi apparent.

L'une des tâches dans le processus d'apprentissage de l'élève consiste à développer les capacités d'inférence, d'analyse et de réflexion stratégique, qui sont liées aux compétences-clés et aux compétences spécifiques à la matière. Il s'agit aussi bien de la capacité de planifier de nouvelles étapes permettant de résoudre un problème que de diviser le processus de résolution d'un problème complexe en étapes élémentaires. L'un des objectifs de l'enseignement des mathématiques est de développer, en tenant compte de leur âge, le raisonnement intuitif des élèves en mathématiques. La capacité de comprendre et d'utiliser des concepts mathématiques (par exemple : angles, longueurs, surfaces, formules et équations) est beaucoup plus importante que la mémorisation de définitions formelles.

Ce programme a également été rédigé pour être accessible aux enseignants, aux parents et aux élèves. C'est l'une des raisons pour lesquelles des icônes ont été utilisées (voir la section 4.2.). Ces icônes représentent différents domaines des mathématiques et ne sont pas nécessairement liées à une seule compétence ; elles peuvent couvrir un certain nombre de compétences.

Pour que les élèves assimilent bien les mathématiques, les cours de S1 à S7 ont été développés de façon linéaire. Chaque année, les acquis de l'année précédente servent de base de travail. Il est donc essentiel, en début d'année, de vérifier que le cours précédent ou un cours similaire ait été suivi par les élèves. L'enseignant-e est le mieux placé pour comprendre les besoins spécifiques de la classe et, avant de commencer un sujet particulier, il doit s'assurer que les élèves ont les connaissances requises. Un rappel est opportun si un concept est repris après un intervalle de temps important. Il convient de noter que la révision n'est pas incluse dans le programme, cependant, comme mentionné plus haut à propos de la limitation du nouveau contenu, il y a suffisamment de temps pour le faire en cas de besoin.

Le recours à la technologie et aux outils numériques joue un rôle important dans les mathématiques théoriques et appliquées comme en témoigne ce programme. Les élèves devraient avoir la possibilité de travailler et de résoudre des problèmes avec différents outils tels que des tableurs, un logiciel de système de calcul algébrique (CAS), un logiciel de géométrie dynamique (DGS), un logiciel de programmation ou un autre logiciel disponible dans les écoles respectives. La technologie et les outils numériques devraient être utilisés pour soutenir et promouvoir la compréhension des élèves, par exemple en visualisant des concepts difficiles et en offrant des possibilités d'apprentissage interactives et personnalisées, plutôt que de les considérer comme pouvant remplacer la compréhension. Leur utilisation entraînera également une amélioration des compétences numériques.

Les enseignants ont toute la liberté concernant l'approche, le matériel à utiliser et même l'ordre dans lequel le contenu est enseigné. Le contenu et les compétences (indiqués dans les tableaux de la section 4.2., colonnes 2 et 3) à couvrir sont toutefois obligatoires.

### **Le cours approfondi S6 (3 périodes)**

Ce cours a été spécialement conçu pour les élèves qui choisissent d'étudier les mathématiques à un niveau avancé. Ce cours aborde des sujets et des concepts qui nécessitent des mathématiques de niveau plus élevé. C'est aussi un cours pour les élèves qui aiment les mathématiques et qui aiment approfondir les concepts théoriques.

Le cours approfondi S6 se concentre sur les fondements des mathématiques ainsi que sur les bases de l'algèbre linéaire. Il vise également à approfondir la connaissance de l'analyse et à donner un aperçu global de l'arithmétique. Les thèmes choisis donnent aux enseignants l'occasion d'impliquer leurs élèves dans diverses activités, afin qu'ils continuent à aborder les mathématiques comme un outil permettant de résoudre des problèmes de manière créative et qu'ils y prennent plaisir.

L'arithmétique sera entièrement traitée en S6, tandis que l'algèbre et l'analyse ont été réparties sur les deux années S6 et S7, donnant ainsi plus de temps aux enseignants pour l'enseignement récurrent et plus d'opportunités pour faire comprendre les notions aux élèves.

Le cours approfondi ne consiste pas seulement à appliquer des théorèmes ; il s'agit surtout de les comprendre. Les enseignants consacreront donc une part importante de leur temps à la démonstration des théorèmes et résultats du cours.

Le thème des méthodes mathématiques classiques de démonstration doit être appliqué autant que possible à l'ensemble du contenu de ce programme. Cela signifie que si certaines preuves sont obligatoires et doivent être connues des élèves, de nombreux autres résultats pour lesquels le verbe "prouver" n'est pas utilisé dans les objectifs d'apprentissage doivent néanmoins être prouvés en classe, afin que ce programme ne soit pas seulement une collection de résultats mathématiques, mais plutôt un voyage cohérent dans ce que sont réellement les mathématiques. Par exemple, les théorèmes classiques de l'analyse mathématique ne sont pas des théorèmes dissociés : le fait de mener la preuve de bout en bout, en passant d'un théorème au suivant, favorise d'une part la compréhension globale des concepts et d'autre part est bien plus marquant et instructif pour les élèves.

### **Le cours approfondi S7 (3 périodes)**

L'étude de l'algèbre et de l'analyse est approfondie en S7, le cours étant une continuation pour les deux domaines du cours approfondi S6. Ces sujets obligatoires sont complétés par deux sujets optionnels choisis dans une large liste. L'objectif de l'introduction de nombreux choix est de donner aux élèves l'opportunité de manipuler des concepts nouveaux dans la perspective de leurs études supérieures. C'est pourquoi, les enseignants peuvent adapter le choix des options au plus près aux besoins futurs de leurs élèves, en fonction des études supérieures qu'ils choisiront. Le choix des options doit donc se faire après un examen attentif des dossiers que les élèves auront soumis aux universités et aux établissements d'enseignement supérieur.

La remarque sur la nécessité de prouver le plus grand nombre possible de résultats théoriques, déjà mentionnée pour le cours approfondi S6, reste valable pour le cours approfondi S7 qui poursuit les mêmes objectifs.

### 3. Objectifs d'apprentissage

#### 3.1. Compétences

La liste ci-dessous précise les compétences spécifiques pour les mathématiques. Le vocabulaire-clé est répertorié de manière à permettre une lecture rapide de la compétence évaluée (tableaux de la section 4.2). La colonne intitulée « Vocabulaire-clé » n'est pas une liste exhaustive de verbes et le même mot peut s'appliquer à plusieurs compétences en fonction du contexte. A la section 5.1, on trouve plus d'informations sur l'évaluation du niveau de compétences.

Descripteurs de niveaux atteints: la colonne des « Concepts-clés » indique le niveau nécessaire pour atteindre une note suffisante.

	<b>Compétence</b>	<b>Concepts-clé (pour obtenir une note entre 5,0 et 5,9)</b>	<b>Vocabulaire-clé</b>
1.	<b>Connaissance et compréhension</b>	Démontre une connaissance et une compréhension satisfaisantes des termes, symboles et principes mathématiques simples.	Appliquer, classer, comparer, convertir, définir, déterminer, développer, factoriser, identifier, connaître, manipuler, nommer, ordonner, prouver, rappeler, reconnaître, arrondir, simplifier, comprendre, vérifier, ...
2.	<b>Méthodes</b>	Effectue des processus mathématiques dans des contextes simples, mais avec quelques erreurs.	Appliquer, calculer, construire, convertir, dessiner, manipuler un modèle, tracer, simplifier une esquisse résoudre, utiliser, vérifier ...
3.	<b>Résolution de problèmes</b>	Traduit les problèmes de routine en symboles mathématiques et tente de raisonner pour obtenir un résultat.	Classer, comparer, créer, développer, afficher, estimer, générer, interpréter, étudier, mesurer, modéliser, représenter, arrondir, simplifier, résoudre, ...
4.	<b>Interprétation</b>	Essaie de tirer des conclusions à partir d'informations et fait preuve d'une compréhension limitée de la fiabilité des résultats.	Calculer, mener un raisonnement, créer, développer, découvrir, afficher, générer, interpréter, étudier, modéliser, ...
5.	<b>Communication</b>	Présente globalement le raisonnement et les résultats de manière adéquate, en utilisant un minimum de terminologie et de notation mathématiques.	Calculer, mener, mener un raisonnement, créer, découvrir, afficher, interpréter, étudier, modéliser, présenter, ...
6.	<b>Compétence numérique</b>	Utilise la technologie de manière satisfaisante dans des situations simples.	Calculer, construire, créer, afficher, dessiner, modéliser, tracer, présenter, résoudre...

### 3.2. Concepts transversaux

La liste des concepts transversaux place les objectifs d'apprentissage dans un contexte plus général. Elle concerne tous les programmes de sciences et de mathématiques. La liste provisoire des concepts retenus pour les cours s'inspire des normes scientifiques de la nouvelle génération adoptées aux États-Unis (National Research Council/Conseil national de la recherche, 2013) :

	<b>Concept</b>	<b>Description</b>
1.	<b>Formes</b>	L'observation de formes et d'événements oriente l'organisation et la classification, et elle soulève des questions sur les relations et les facteurs influents.
2.	<b>Cause et effet</b>	Les événements ont des causes, tantôt simples, tantôt multiples. Le décodage des relations causales et des mécanismes par lesquels ils sont véhiculés, est une activité importante en sciences. Ces mécanismes peuvent ensuite être mis à l'épreuve dans des contextes donnés et utilisés pour prévoir et expliquer des événements dans de nouveaux contextes.
3.	<b>Echelle, proportion et quantité</b>	Lors de l'étude de phénomènes, il est essentiel de comprendre ce qui est pertinent à différentes échelles de taille, de temps et d'énergie, et d'identifier comment les modifications d'échelle, de proportion ou de quantité influent sur la structure ou les performances d'un système.
4.	<b>Systèmes et modèles de systèmes</b>	La définition du système étudié qui consiste à préciser ses limites et rendre explicite un modèle de ce système, fournit des outils pour comprendre le monde. Souvent, les systèmes peuvent être divisés en sous-systèmes et combinés en systèmes plus vastes, en fonction de la question posée.
5.	<b>Energie et matière</b>	Le suivi des flux d'énergie et de matière à l'entrée, à la sortie et à l'intérieur des systèmes aide à comprendre les possibilités et les limites de ces systèmes.
6.	<b>Structure et fonction</b>	La façon dont un objet est formé ou structuré détermine bon nombre de ses propriétés et fonctions et inversement.
7.	<b>Stabilité et changement</b>	Aussi bien pour les systèmes naturels que construits, les conditions de stabilité et les facteurs qui déterminent les variations ou l'évolution d'un système sont des éléments essentiels à considérer et à étudier.
8.	<b>Spécificité de la science</b>	Toute science repose sur un certain nombre de concepts de base, tels que la nécessité d'une preuve empirique et le processus d'examen par les pairs.
9.	<b>Réflexion sur les valeurs</b>	La réflexion sur les valeurs implique dans l'application des connaissances scientifiques des concepts de justice, d'équité, d'intégrité socio-écologique et d'éthique.

Dans les programmes de mathématiques, les concepts 5 et 8 ne seront abordés que de façon restreinte.

Les listes de compétences et de concepts transversaux constitueront le principal mécanisme de liaison interdisciplinaire. Les sous-thèmes dans les programmes par matière feront référence à ces deux aspects en les reliant dans les objectifs d'apprentissage.



## 4. Contenu

### 4.1. Thèmes et sujets

Cette section contient les tableaux avec les objectifs d'apprentissage et les contenus obligatoires pour le cours d'approfondissement en mathématiques en S6 et S7 (3 périodes par semaine).







### 4.2. Tableaux

#### Comment lire les tableaux des pages suivantes

Les objectifs d'apprentissage sont les objectifs du programme d'études mathématiques. Ils sont décrits dans la troisième colonne. Ceux-ci incluent le vocabulaire-clé, souligné en gras, qui est lié aux compétences mathématiques spécifiques décrites à la section 3.1. de ce document. Ces objectifs sont liés au contenu et aux compétences. Le contenu obligatoire est décrit dans la deuxième colonne. La dernière colonne est utilisée pour des activités suggérées, des contextes-clés et des propositions de mise en situation. L'enseignant-e est libre d'utiliser ces suggestions ou non, à condition que l'objectif d'apprentissage et les compétences aient été atteints. Le mot « limitation » est utilisé en rapport avec une extension horizontale comme mentionné en section 2 de ce document.




#### Utilisation de pictogrammes

Six pictogrammes différents indiquent les zones rencontrées dans la dernière colonne :





	Activité
	Concepts transversaux
	Compétence numérique
	Extension
	Histoire
	Phénomène/Situation



Chacun de ces pictogrammes met en évidence un champ différent ; le pictogramme sert à faciliter la lecture du programme. Ces champs prennent appui sur les compétences-clés mentionnées dans la section 1 de ce document.




S6 – Cours approfondi de mathématiques (3P)




ANNÉE 6 (AM) SUJET : FONDEMENTS DES MATHÉMATIQUES			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
Théorie des ensembles	Relations entre les ensembles	<p><b>Connaître et utiliser les notions d'ensemble et sous-ensemble d'un ensemble :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>égalité de deux ensembles</li> <li>relation entre union et intersection d'ensembles (distributivité de l'une par rapport à l'autre et lois de De Morgan)</li> <li>ensemble des sous-ensembles/parties d'un ensemble</li> <li>produit cartésien d'ensembles</li> </ul> <p><i>Remarque : rappeler aux élèves les notions d'ensemble universel, d'ensemble vide, de complémentaire d'un ensemble, d'union et d'intersection d'ensembles</i></p>	 <p>Etablir la relation entre l'union et l'intersection d'ensembles à l'aide de diagrammes de Venn.</p>
		<p><b>Déterminer</b> le cardinal d'un ensemble, y compris le cardinal de l'ensemble des sous-ensembles/parties d'un ensemble fini</p>	 <p>Comparer les cardinaux de <math>\mathbb{N}</math>, <math>\mathbb{Z}</math>, <math>\mathbb{Q}</math>, <math>\mathbb{R}</math> et d'un intervalle de <math>\mathbb{R}</math>, par exemple <math>\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[</math>, et découvrir l'idée d'ensemble dénombrable.</p>
Vocabulaire, raisonnement et preuve	Bases de la logique mathématique	<p><b>Distinguer</b> propositions et prédicats</p> <p><b>Reconnaître</b> si une proposition est vraie ou fausse</p>	 <p>Explorer en quoi consiste un axiome, un lemme, un théorème et un corollaire.</p>



ANNÉE 6 (AM) SUJET : FONDEMENTS DES MATHÉMATIQUES			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
		<p><b>Déterminer</b> la table de vérité :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• de la conjonction ou de la disjonction de deux propositions</li> <li>• d'une implication et d'une équivalence</li> <li>• de la négation d'une proposition et d'une implication</li> </ul> <p><b>Comprendre</b> que la négation d'une implication n'est pas une implication</p> <p><b>Reconnaître</b> une condition nécessaire et/ou suffisante</p> <p><b>Connaître et utiliser</b> les quantificateurs existentiel et universel</p> <p><b>Déterminer</b> la négation d'une proposition qui comporte des quantificateurs existentiels et/ou universels</p>	

ANNÉE 6 (AM) SUJET : FONDEMENTS DES MATHÉMATIQUES			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
	Méthodes de démonstration classiques en mathématiques	<p><b>Mettre en œuvre</b> les méthodes de démonstration classiques en mathématiques notamment pour démontrer une égalité :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• règles de déduction « <i>modus ponens</i> » et « <i>modus tollens</i> »</li> <li>• démonstration par contraposition</li> <li>• théorème de déduction</li> <li>• démonstration par disjonction des cas</li> <li>• démonstration par l'absurde (« <i>reductio ad absurdum</i> »)</li> <li>• démonstration par récurrence</li> </ul> <p><b>Utiliser</b> un contre-exemple de manière appropriée</p>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>• La méthode axiomatique et le cinquième postulat d'Euclide.</li> <li>• Approche axiomatique de la philosophie par Descartes.</li> <li>• La Déclaration d'indépendance américaine : « Nous tenons ces vérités pour évidentes... ».</li> <li>• Le paradoxe de Russell (utiliser par exemple la métaphore du paradoxe du catalogue).</li> <li>• Brouwer, le constructivisme et la loi du milieu exclu : <math>\hat{\pi}</math> (« pi accent circonflexe »).</li> </ul> <p>Discuter des preuves non-constructives.</p> 
Relations et fonctions	<p>Relations binaires</p> <p>Fonctions</p>	<p><b>Connaître et appliquer</b> les notions de relations binaire, d'ordre et d'équivalence</p> <p><b>Reconnaître</b> les relations d'ordre et d'équivalence</p> <p><b>Reconnaître :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ensemble de départ et d'arrivée, image et antécédent par une fonction</li> <li>• fonctions injectives, surjectives, bijectives et réciproques</li> </ul> <p><b>Comprendre et appliquer</b> le principe des tiroirs (principe de Dirichlet)</p>	 <p>Examiner comment les notions d'ensemble image, d'image et de valeurs prises par <math>y</math> sont reliées entre elles.</p>  <p><math>p_1, p_2, \dots, p_n</math>, désignent les <math>n</math> premiers entiers positifs disposés au hasard. Si <math>n</math> est impair, prouver que <math>(1 - p_1) \cdot (2 - p_2) \cdot \dots \cdot (n - p_n)</math> est pair.</p>





ANNÉE 6 (AM) SUJET : ARITHMÉTIQUE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
Division euclidienne et congruences	Division euclidienne	<p><b>Connaître</b> la division euclidienne (existence et unicité du quotient et du reste)</p>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>Développer l'algorithme pour trouver le nombre de diviseurs d'un nombre entier positif composé et écrire un programme pour l'implémenter.</li> <li>Écrire un programme (algorithme récursif) qui donne le quotient et le reste d'une division euclidienne en utilisant uniquement l'addition et la soustraction.</li> </ul>
	Congruences	<p><b>Comprendre</b> la signification de congruence modulo <math>n</math>, c'est-à-dire <math>a \sim b[n]</math> avec <math>a, b, n \in \mathbb{Z} (n \geq 2)</math></p> <p><b>Prouver et savoir</b> que la congruence modulo <math>n</math> est une relation d'équivalence sur l'ensemble des entiers</p> <p><b>Prouver et appliquer</b> les théorèmes de congruence suivants : pour <math>a, b, c, d, n \in \mathbb{Z} (n \geq 2)</math> et <math>p \in \mathbb{N}</math> (<math>p</math> compris 0), si <math>a \equiv b[n]</math> et <math>c \equiv d[n]</math> alors :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>a \pm c \equiv b \pm c[n]</math></li> <li><math>a \pm c \equiv b \pm d [n]</math></li> <li><math>a \cdot c \equiv b \cdot d [n]</math></li> <li><math>a^p \equiv b^p [n]</math></li> </ul>	
Nombres premiers	Nombres premiers	<p><b>Prouver et savoir</b> que l'ensemble des nombres premiers est infini</p>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>Explorer la distribution des nombres premiers, par exemple la spirale d'Ulam.</li> <li>Explorer les nombres premiers jumeaux.</li> </ul>
	Décomposition en facteurs premiers	<p><b>Connaître</b> le théorème sur l'existence et l'unicité de la décomposition en facteurs premiers d'un nombre entier</p>	




ANNÉE 6 (AM) SUJET : ARITHMÉTIQUE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
	Plus grand diviseur commun et plus petit multiple commun	<p><b>Déterminer</b> avec un outil technologique la décomposition en facteurs premiers d'un entier et, en particulier, si un nombre entier est premier ou non</p> <p><b>Prouver et appliquer</b> l'algorithme d'Euclide pour déterminer le plus grand diviseur commun (<i>PGCD</i>) de deux entiers</p> <p><b>Déterminer</b> si deux entiers sont premiers entre eux ou non</p>	 <p>Ecrire un programme correspondant à l'algorithme euclidien.</p>
	L'identité de Bézout	<p><b>Déterminer</b> le plus grand diviseur commun et le plus petit multiple commun (<i>PPCM</i>) de deux entiers ou plus en utilisant la décomposition en puissances de facteurs premiers</p> <p><b>Appliquer</b> l'identité de Bézout pour deux entiers <math>a</math> et <math>b</math> : pour <math>d = PGCD(a, b)</math>, il existe des entiers <math>x</math> et <math>y</math> tels que <math>a \cdot x + b \cdot y = d</math></p>	 <p>Prouver la formule <math>PGCD(a, b) \cdot PPCM(a, b) =  a \cdot b </math> pour <math>a, b \in \mathbb{Z}</math></p>
	Le théorème de Bachet-Bézout	<p><b>Appliquer</b> le théorème de Bachet-Bézout : deux nombres <math>a</math> et <math>b</math> sont premiers entre eux si et seulement s'il existe des nombres entiers <math>x</math> et <math>y</math> tels que <math>a \cdot x + b \cdot y = 1</math></p>	
	lemme de Gauss	<p><b>Appliquer</b> le lemme de Gauss : pour <math>a, b, c \in \mathbb{Z}</math>, si <math>a</math> et <math>b</math> sont premiers entre eux et si <math>a</math> divise <math>b \cdot c</math>, alors <math>a</math> divise <math>c</math></p>	 <p>Appliquer le théorème de Bachet-Bézout et le lemme de Gauss :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pour résoudre une équation diophantienne linéaire</li> <li>• pour prouver le théorème des restes chinois.</li> </ul>




ANNÉE 6 (AM) SUJET : ARITHMÉTIQUE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
	<p>Le théorème d'Euclide</p> <p>Petit théorème de Fermat</p>	<p><b>Appliquer</b> le théorème d'Euclide : si un nombre premier <math>p</math> divise un produit <math>a \cdot b</math>, alors <math>p</math> divise <math>a</math> ou <math>p</math> divise <math>b</math></p> <p><b>Appliquer</b> le petit théorème de Fermat : si <math>p</math> est un nombre premier et si <math>a</math> est un nombre non divisible par <math>p</math>, alors <math>a^{p-1} \equiv 1[p]</math></p>	<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;">    </div> <p>Utiliser un tableur pour développer, énoncer et démontrer le théorème de Fermat-Euler et démontrer le petit théorème de Fermat comme un cas particulier.</p> <p>Explorer :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• différentes méthodes de cryptage, en particulier RSA</li> <li>• le concept de nombres premiers probables.</li> </ul> <p>Histoire de la cryptographie.</p>


ANNÉE 6 (AM) SUJET : ALGÈBRE LINÉAIRE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
Espaces vectoriels	<p>Définition d'un espace vectoriel</p> <p>Exemples d'espaces vectoriels</p>	<p><b>Définir</b> un espace vectoriel et <b>distinguer</b> l'addition de vecteurs de la multiplication par un scalaire</p> <p>Notes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• les élèves ne connaissent pas les notions de groupe/corps ; la structure d'un groupe doit être brièvement décrite</li> <li>• la définition de la structure algébrique du corps sera sommairement décrite et illustrée à l'aide d'exemples simples et familiers aux élèves (<math>\mathbb{Q}</math>, <math>\mathbb{R}</math> ou <math>\mathbb{C}</math> munis des opérations usuelles).</li> </ul> <p><b>Connaître</b> les propriétés suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>(-1)\vec{u} = -\vec{u}</math></li> <li>• <math>\lambda\vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda = 0</math> ou <math>\vec{u} = \vec{0}</math></li> </ul> <p><b>Connaître</b> quelques exemples issus des cours antérieurs :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• espace vectoriel des polynômes</li> <li>• fonctions continues sur <math>\mathbb{R}</math></li> <li>• espace vectoriel de dimension 1 : une droite</li> <li>• espace vectoriel de dimension 2 : un plan</li> <li>• espace vectoriel de dimension 3 : tous les polynômes de degré inférieur ou égal à 2</li> <li>• espace vectoriel de dimension 4 : tous les polynômes de degré inférieur ou égal à 3</li> <li>• <math>\mathbb{R}^n</math> et <math>\mathbb{C}^n</math></li> </ul>	  <ul style="list-style-type: none"> <li>• Les ensembles de nombres : lequel d'entre eux est un espace vectoriel sur un autre, par exemple, <math>\mathbb{R}</math> est-il un <math>\mathbb{C}</math>-espace vectoriel ?</li> <li>• Explorer les projections d'espaces tridimensionnels sur des espaces bidimensionnels.</li> </ul> <p>Utiliser un outil technologique pour visualiser l'effet de l'addition et du produit scalaire sur des vecteurs de <math>\mathbb{R}^3</math>.</p>





ANNÉE 6 (AM) SUJET : ALGÈBRE LINÉAIRE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
	Sous-espaces vectoriels	<p><b>Calculer</b> des combinaisons linéaires de vecteurs</p> <p><b>Définir</b> un sous-espace vectoriel</p> <p><b>Préciser</b> les conditions suffisantes pour qu'un ensemble soit un sous-espace vectoriel</p>	 <p>Explorer les sous-espaces vectoriels de polynômes de degré inférieur ou égal à un nombre entier naturel donné.</p>
Dimension d'un espace vectoriel	Famille génératrice et base	<p><b>Étudier</b> des familles libres ou liées pour un espace vectoriel</p> <p><b>Explorer</b> les relations entre famille génératrice et famille libre</p> <p><b>Reconnaître</b> une base</p> <p><b>Définir</b> la dimension d'un espace vectoriel</p>	 <p>Montrer que <math>\mathbb{C}</math> est un espace vectoriel réel de dimension 2.</p>  <p>Étudier l'ensemble des fonctions <math>f_a</math> définies par <math>f_a(x) =  x - a </math> comme vecteurs dans l'espace vectoriel réel des fonctions continues.</p>
	Rang d'une famille de vecteurs	<p><b>Déterminer</b> le rang d'une famille de vecteurs</p>	 <p>Utiliser certains des exemples précédents de familles de vecteurs et calculer leurs rangs.</p>
Notions de base sur les matrices	Matrices du type $m \times n$ et leurs éléments $(a_{i,j})$	<p><b>Définir</b> une matrice du type <math>m \times n</math> et ses éléments <math>(a_{i,j})</math>, y compris les matrices carrées, les matrices triangulaires et les matrices diagonales</p> <p><b>Connaître</b> les règles d'addition de deux matrices de type <math>m \times n</math> et la multiplication d'une matrice de type <math>m \times n</math> par un nombre réel</p>	

ANNÉE 6 (AM) SUJET : ALGÈBRE LINÉAIRE				
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés	
	<p>Ensemble de matrices comme espace vectoriel</p> <p>Rang d'une matrice</p> <p>Matrice transposée</p>	<p><b>Prouver</b> que l'ensemble des matrices de type <math>m \times n</math> muni des lois d'addition de deux matrices et de la multiplication d'une matrice par un réel est un espace vectoriel</p> <p><b>Trouver</b> une base pour l'ensemble des matrices de type <math>m \times n</math></p> <p><b>Étudier</b> l'existence de bases pour des matrices triangulaires ou diagonales, respectivement pour des matrices carrées de type <math>2 \times 2</math> ou <math>3 \times 3</math></p> <p><b>Définir</b> le rang d'une matrice</p> <p><b>Calculer</b> le rang d'une matrice de type <math>m \times n</math> avec <math>m \leq 3</math> et <math>n \leq 3</math></p> <p><b>Illustrer</b> que le rang d'une matrice est égal au rang de sa matrice transposée</p>		<p>Utiliser un outil technologique pour calculer le rang d'une matrice de type <math>m \times n</math> avec <math>m &gt; 3</math> ou <math>n &gt; 3</math></p>
Opérations sur les matrices	Produit de matrices	<p><b>Connaître</b> la règle de multiplication des matrices</p> <p><b>Discuter</b> de la commutativité et de l'associativité du produit de matrices, en utilisant un outil technologique si nécessaire</p>	 	<p>Décrire, à l'aide de matrices et pour un petit nombre de pages, l'algorithme du « Pagerank »</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trouver pour une matrice <math>A</math> donnée toutes les matrices <math>X</math> qui commutent avec <math>A</math>, c'est-à-dire toutes les matrices <math>X</math> telles que <math>AX = XA</math></li> <li>• Prouver que si <math>A</math> et <math>B</math> sont deux matrices carrées telles que <math>AB = A + B</math>, alors <math>A</math> et <math>B</math> commutent.</li> </ul>





ANNÉE 6 (AM) SUJET : ALGÈBRE LINÉAIRE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
	Matrices par blocs	<p><b>Discuter</b> des conditions sur les dimensions des sous-matrices de sorte que si <math>M = \begin{pmatrix} A &amp; B \\ C &amp; D \end{pmatrix}</math> et <math>N = \begin{pmatrix} A' &amp; B' \\ C' &amp; D' \end{pmatrix}</math>, alors</p> $M \times N = \begin{pmatrix} AA' + BC' & AB' + BD' \\ CA' + DC' & CB' + DD' \end{pmatrix}$	
	Matrices carrées	<p><b>Interpréter</b> certains systèmes d'équations usuels à l'aide de matrices carrées</p> <p><b>Calculer</b> des puissances de matrices carrées</p>	 Transformer le problème de la recherche de l'équation d'une parabole en un problème de calcul matriciel.  Écrire une suite de Fibonacci généralisée sous forme de problème matriciel et en déduire le terme général de la suite.
	Inverse d'une matrice carrée	<p><b>Définir</b> l'inverse d'une matrice carrée</p> <p><b>Déterminer</b> l'inverse d'une matrice carrée pour certaines matrices spécifiques</p>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>Déduire l'inverse d'une matrice par blocs <math>M = \begin{pmatrix} A &amp; B \\ 0 &amp; C \end{pmatrix}</math> à partir du produit de matrices par blocs.</li> <li>Déduire l'inverse de <math>A = \begin{pmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 0 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> en l'élevant au carré.</li> <li>Déduire l'inverse de <math>B = \begin{pmatrix} 0 &amp; 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> en l'élevant au carré.</li> <li>Appliquer le concept de matrices inversibles et des congruences au chiffrement de Hill.</li> </ul>




ANNÉE 6 (AM) SUJET : ALGÈBRE LINÉAIRE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
<p> Systèmes d'équations : méthode du pivot de Gauss</p>	<p> Systèmes d'équations équivalents</p> <p> Systèmes compatibles, incompatibles, déterminés et indéterminés</p>	<p><b>Étudier</b> les systèmes par la méthode du pivot de Gauss (échange de deux lignes, multiplication d'une ligne par un nombre non nul, addition d'un multiple d'une ligne à une autre ligne)</p> <p><b>Transformer</b> un système d'équations donné en une forme triangulaire équivalente</p> <p><b>Former</b>, à partir d'un problème concret, un système d'équations, puis <b>résoudre</b> ce système et <b>interpréter</b> la ou les solutions éventuellement obtenues</p> <p><b>Utiliser</b> un outil technologique pour résoudre des systèmes avec plus de 3 équations et 3 inconnues</p> <p><b>Interpréter</b> les opérations de la méthode du pivot de Gauss en termes de matrices</p>	<p></p> <p></p> <p>S'entraîner à multiplier par des matrices de permutation (gauche et droite).</p>

ANNÉE 6 (AM) SUJET : ANALYSE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
Théorèmes classiques	<p>Continuité et dérivabilité</p> <p>Dérivée d'une fonction réciproque</p> <p>Théorème des valeurs intermédiaires</p> <p>Théorème de Rolle</p>	<p><b>Comprendre</b> intuitivement le concept de continuité.</p> <p><b>Étudier</b> des fonctions qui ne sont pas continues et/ou non dérivables en un point spécifique.</p> <p><b>Connaître et démontrer</b> la formule de la dérivée d'une fonction réciproque, c'est-à-dire <math>(f^{-1})' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}</math></p> <p><b>Déterminer</b> la dérivée des fonctions trigonométriques réciproques</p> <p><b>Appliquer</b> le théorème des valeurs intermédiaires : si <math>f</math> est une fonction continue sur un intervalle <math>I = [a; b]</math> et <math>u</math> un nombre compris entre <math>f(a)</math> et <math>f(b)</math> alors il existe au moins une valeur <math>c \in ]a; b[</math>, telle que <math>f(c) = u</math></p> <p><b>Appliquer et interpréter</b> le théorème de Rolle : si <math>f</math> est une fonction continue sur un intervalle fermé <math>[a; b]</math> et dérivable sur l'intervalle ouvert <math>]a; b[</math> avec <math>f(a) = f(b)</math>, alors il existe au moins une valeur <math>c \in ]a; b[</math> telle que <math>f'(c) = 0</math></p>	<p>Par exemple, les fonctions valeur absolue, racine cubique et partie entière.</p>
	Théorème de la moyenne	<p><b>Appliquer et interpréter</b> géométriquement le théorème de la moyenne : si <math>f</math> est une fonction continue sur un intervalle fermé <math>[a; b]</math> et dérivable sur l'intervalle ouvert <math>]a; b[</math>, alors il existe au moins une valeur <math>c \in ]a; b[</math> telle que</p> $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$	 <p>Observer qu'une table à quatre pieds placée sur un sol irrégulier peut être déplacée de manière qu'elle soit parfaitement stable.</p>



ANNÉE 6 (AM) SUJET : ANALYSE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
		<p><b>Appliquer et interpréter</b> géométriquement l'inégalité de la moyenne et ses corollaires : soit <math>f</math> une fonction continue sur l'intervalle fermé <math>[a; b]</math> et dérivable sur l'intervalle ouvert <math>]a; b[</math> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• s'il existe deux réels <math>m</math> et <math>M</math> tels que, pour tout <math>x \in ]a; b[</math>,  <math>m \leq f'(x) \leq M</math>, alors  <math display="block">m \leq \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leq M</math></li> <li>• s'il existe un réel <math>M</math> tel que pour tout <math>x \in ]a; b[</math>, <math> f'(x)  \leq M</math>, alors  <math display="block">\left  \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right  \leq M</math></li> <li>• s'il existe un réel <math>M</math> tel que pour tout <math>x \in ]a; b[</math>, <math> f'(x)  \leq M</math>, alors pour tout <math>x, y \in [a; b]</math>,  <math> f(y) - f(x)  \leq M y - x </math></li> </ul>	
	Fonction lipschitzienne	<p><b>Définir</b> une fonction lipschitzienne</p> <p><b>Déterminer</b> un point fixe d'une fonction lipschitzienne dérivable</p> <p><b>Représenter</b> une suite tendant vers un point fixe d'une fonction lipschitzienne dérivable</p>	 <p>Écrire un programme pour déterminer une valeur approximative, avec une précision donnée, d'un point fixe d'une fonction lipschitzienne dérivable sur un intervalle.</p>

S7 – Cours approfondi de mathématiques (3P) – THÈMES OBLIGATOIRES



ANNÉE 7 (AM) SUJET : ALGÈBRE LINÉAIRE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
Espaces vectoriels de dimension finie et transformations linéaires	Transformations linéaires et espaces vectoriels	<p><b>Définir</b> une transformation linéaire</p> <p><b>Étudier</b> l'image et l'antécédent d'un sous-espace vectoriel par une transformation linéaire</p> <p><b>Reconnaître</b> deux sous-espaces vectoriels spécifiques : le noyau et l'image d'une transformation linéaire</p>	 <p>Démontrer que l'ensemble des transformations linéaires entre deux espaces vectoriels est un espace vectoriel.</p>
	Isomorphisme	<p><b>Déterminer</b> les conditions sur le noyau et sur l'image pour que la transformation linéaire soit injective, surjective ou bijective</p>	 <p>Décrire l'isomorphisme entre un espace vectoriel de dimension <math>n</math> et <math>\mathbb{R}^n</math> ou <math>\mathbb{C}^n</math>.</p>
	Transformations linéaires et matrices	<p><b>Construire</b> la matrice d'une transformation linéaire <math>f : E \rightarrow F</math> entre des espaces vectoriels de dimension finie, étant données une base de <math>E</math> et une base de <math>F</math></p>	 <p>Déduire la dimension de <math>\mathcal{L}(E, F)</math> à partir de la dimension de <math>M_{n,p}(K)</math>.</p>
		<p><b>Étudier</b> l'effet d'un changement de base pour <math>E</math> et pour <math>F</math>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• sur les éléments de la matrice</li> <li>• sur le rang de la matrice</li> </ul> <p><b>Interpréter</b> la somme et le produit de matrices comme des opérations sur des transformations linéaires</p>	 <p>Explorer la dérivation comme une transformation linéaire entre des sous-espaces vectoriels de polynômes de dimension inférieure ou égale à <math>n</math>.</p>



ANNÉE 7 (AM) SUJET : ALGÈBRE LINÉAIRE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
Déterminants	<p>Déterminants et matrices</p> <p>Sous-matrices, mineurs et cofacteurs,</p>	<p><b>Calculer</b> les déterminants de matrices carrées de type <math>2 \times 2</math> et <math>3 \times 3</math> en utilisant les produits des diagonales (règle de Sarrus)</p> <p><b>Comprendre</b> qu'il s'agit d'un algorithme qui résulte de la résolution de systèmes d'équations linéaires de 2 équations à 2 inconnues et de 3 équations à 3 inconnues</p> <p><b>Calculer</b> le déterminant d'une matrice <math>3 \times 3</math> en utilisant les sous-matrices, les mineurs et les cofacteurs</p> <p><b>Savoir</b> que le déterminant d'une matrice carrée est égal à la somme des produits obtenus en multipliant les éléments d'une ligne (colonne) quelconque par leurs cofacteurs respectifs</p> <p><b>Appliquer</b> les propriétés suivantes (présentées ci-dessous pour des matrices de type <math>3 \times 3</math> colonnes notées <math>C1, C2</math> et <math>C3</math>) au calcul d'un déterminant d'ordre <math>n</math> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\text{Det}(C1, C2, C3) = -\text{Det}(C2, C1, C3)</math></li> <li>• <math>\text{Det}(rC1, C2, C3) = r\text{Det}(C1, C2, C3)</math></li> <li>• <math>\text{Det}(C'1 + C''1, C2, C3) = \text{Det}(C'1, C2, C3) + \text{Det}(C''1, C2, C3)</math></li> <li>• <math>\text{Det}(C1 + rC2 + sC3, C2, C3) = \text{Det}(C1, C2, C3)</math></li> <li>• <math>\text{Det}(M \times N) = \text{Det}(M) \times \text{Det}(N)</math> pour deux matrices carrées</li> </ul>	<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="margin-bottom: 20px;"></div> <div style="margin-bottom: 20px;"></div> <div></div> </div> <p>Calculer un déterminant d'ordre <math>n \geq 4</math> avec un outil technologique.</p> <p>Explorer quelques cas où le déterminant est égal à zéro :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ligne (colonne) nulle</li> <li>• au moins deux lignes (colonnes) identiques</li> <li>• une ligne colonne multiple d'une autre ligne (colonne)</li> </ul> <p>Calculer le déterminant d'une matrice de Vandermonde.</p>







ANNÉE 7 (AM) SUJET : ALGÈBRE LINÉAIRE				
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés	
	Application au rang d'une matrice	<p><b>Déterminer</b> le rang d'une matrice en utilisant les déterminants des sous-matrices</p> <p><b>Utiliser</b> les déterminants pour vérifier la dépendance ou l'indépendance linéaire des lignes ou des colonnes d'une matrice</p>		
Inverse d'une matrice carrée régulière		<p><b>Vérifier</b> si une matrice donnée est régulière ou non</p> <p><b>Déterminer</b> l'inverse d'une matrice carrée en utilisant le déterminant la comatrice et l'adjointe</p> <p><b>Résoudre</b> des systèmes d'équations linéaires en les écrivant sous forme matricielle et en appliquant la matrice inverse</p>		Justifier que toutes les matrices carrées régulières d'ordre 2 forment un groupe multiplicatif non-commutatif.
Systèmes d'équations		<p><b>Connaître</b> le théorème général de résolution de systèmes d'équations linéaires du type <math>m \times n</math> (théorème de Rouché-Fröbenius)</p> <p><b>Appliquer</b> la méthode de Cramer pour résoudre des systèmes d'équations linéaires du type <math>n \times n</math></p> <p><b>Appliquer</b> le théorème de Rouché-Fröbenius et la méthode de Cramer pour résoudre des systèmes d'équations linéaires avec un ou plusieurs paramètres</p>		Résoudre un système d'équations linéaires de dimension $n \times n$ par la méthode de Cramer.

ANNÉE 7 (AM) SUJET : ALGÈBRE LINÉAIRE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
		<p><b>Résoudre</b> des systèmes d'équations homogènes</p> <p><i>Limitation : tous les exercices sans outil technologique seront limités à des cas de systèmes simples de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues</i></p>	

ANNÉE 7 (AM) SUJET : ANALYSE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
Formules de Taylor et de Maclaurin	<p>Dérivée <math>n</math>-ième</p> <p>Développement limité d'une fonction</p> <p>Formules de Taylor et de Maclaurin</p>	<p><b>Calculer</b> la dérivée <math>n</math>-ième d'une fonction <math>n</math> fois dérivable</p> <p><b>Comprendre</b> le concept de développement limité d'une fonction en un point</p> <p><b>Appliquer</b> les formules de Taylor et de Maclaurin d'ordre <math>n</math> avec reste de Lagrange à une fonction <math>(n + 1)</math> fois dérivable pour donner un développement limité de la fonction et estimer l'erreur correspondante</p> <p><b>Déterminer</b> pour les fonctions suivantes leurs développements limités en 0 d'ordre <math>n</math> avec reste de Peano :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x \mapsto \frac{1}{1 \pm x}</math></li> <li>• <math>x \mapsto \ln(1 \pm x)</math></li> <li>• <math>x \mapsto (1 \pm x)^n, n \in \left\{ \frac{1}{2}, 2, 3, 4, \dots \right\}</math></li> <li>• <math>x \mapsto e^x</math></li> <li>• <math>x \mapsto \cos(x)</math></li> <li>• <math>x \mapsto \sin(x)</math></li> </ul>	<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;">      </div> <p>Explorer :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• les développements limités de polynômes</li> <li>• les développements limités d'ordres 1 et 2 et les interpréter graphiquement</li> </ul> <p>Explorer avec un outil technologique la pertinence croissante du développement limité de la fonction sinus et/ou de celui de la fonction cosinus lorsque l'ordre du développement limité augmente et pointer une caractéristique en termes de parité de fonction</p>

ANNÉE 7 (AM) SUJET : ANALYSE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
		<p><b>Déterminer</b> les développements limités d'ordre <math>n</math> des fonctions obtenues par somme, différence, produit et/ou composition des fonctions énumérées ci-dessus</p> <p><i>Limitation : déterminer les polynômes de Maclaurin d'ordre <math>n</math> des fonctions obtenues par division ou intégration n'est pas obligatoire</i></p>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>• Appliquer les extensions à la détermination <ul style="list-style-type: none"> <li>○ déterminer une approximation d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un polynôme de degré égal ou supérieur à 2</li> <li>○ de limites, y compris le comportement asymptotique d'une fonction</li> <li>○ de la position relative de la courbe représentative d'une fonction par rapport à l'une de ses tangentes</li> </ul> </li> </ul>
Techniques d'intégration	<p>Fonctions réciproques</p> <p>Division de polynômes</p> <p>Utilisation de formules de récurrence</p>	<p><b>Calculer</b> des intégrales à l'aide des fonctions cyclométriques arc sinus, arc cosinus et arc tangente</p> <p><b>Calculer</b> des intégrales du type <math>\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx</math> où <math>P</math> et <math>Q</math> sont des fonctions polynomiales, y compris les intégrales impropres</p> <p><i>Limitation : étudier uniquement les cas dans lesquels le polynôme <math>Q</math> :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• admet soit une ou plusieurs racines simples</li> <li>• admet une racine multiple unique</li> <li>• est de la forme <math>a \cdot x^2 + b \cdot x + c</math> avec <math>\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c &lt; 0</math></li> </ul> <p><b>Calculer</b> des intégrales en utilisant des formules de récurrence: pour <math>m, n \in \mathbb{N}</math> (y compris 0), par exemple :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \cdot \sin x dx</math></li> <li>• <math>\int_0^{+\infty} x^n \cdot e^{-x} dx</math></li> </ul>	 <p>Calculer d'autres intégrales en utilisant des formules de récurrence, par exemple pour <math>m, n \in \mathbb{N}</math> (incluant 0) :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^m x \cdot \sin^n x dx</math></li> <li>• <math>\int_1^e (\ln x)^n dx</math></li> </ul>

ANNÉE 7 (AM) SUJET : ANALYSE			
Sous-thème	Contenu	Objectifs d'apprentissage	Contextes, phénomènes et activités clés
Équations différentielles	Équations différentielles  Équation différentielle linéaire homogène du premier ordre et du second ordre	<p><b>Connaître</b> le concept d'équation différentielle, homogène ou non</p> <p><b>Savoir</b> que la solution générale d'une équation différentielle linéaire sont trouvées en ajoutant à une solution particulière la solution générale de l'équation homogène associée</p> <p><b>Résoudre</b> une équation différentielle linéaire homogène du premier ordre et du second ordre à coefficients constants, y compris les cas relatifs aux conditions initiales</p>	<p> Examiner si les solutions d'une équation différentielle (non) homogène définissent un espace vectoriel ou non.</p> <p> Résoudre des équations liées à des situations de la vie réelle, par exemple :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• une somme d'argent placée sur un compte d'épargne qui rapporte des intérêts annuels</li> <li>• une population qui augmente avec un taux de croissance donné</li> <li>• la désintégration d'une matière radioactive</li> <li>• la température d'une barre métallique</li> <li>• la vitesse d'une masse qui tombe</li> </ul> <p> Explorer les équations différentielles linéaires du premier ordre et/ou du second ordre à coefficients constants, y inclus les cas comprenant des conditions initiales.</p> <p><i>Note : dans ce cas, la forme de la solution particulière doit être donnée.</i></p> <p> Étudier le processus de résolution des équations différentielles à l'aide d'un outil technologique.</p>

## S7 – Cours approfondi en mathématiques (3P) – THÈMES AU CHOIX

### NOTE IMPORTANTE :

Contrairement à la partie obligatoire précédente du programme, la description de chaque sujet optionnel ne donne qu'un aperçu général du contenu. De petits ajustements du contenu, liés à des programmes spécifiques ou aux exigences des universités nationales des différents pays de l'Union européenne, restent possibles. Il appartient à l'enseignant-e d'apporter les modifications nécessaires.

Toutefois, dans un souci de lisibilité et de comparabilité de cette partie du programme, les enseignants en charge de ce cours doivent tenir un registre précis des ajustements apportés aux options choisies. Ce relevé accompagnera les questions de l'examen oral transmises à l'inspecteur chargé des mathématiques dans les Écoles européennes. Ainsi, toutes ces informations (énoncé de la matière et de l'examen oral) seront à la disposition des examinateurs externes désignés pour les épreuves orales.

### 1. Structures algébriques

- loi de composition interne, associativité, élément neutre, élément symétrique
- groupe, groupe abélien et sous-groupe y compris sa caractérisation
- anneau et sous-anneau, y compris sa caractérisation
- corps
- divers exemples de groupes, de sous-groupes, d'anneaux, de sous-anneaux et de corps finis ou infinis (notamment  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ )
- homomorphismes de groupes ou d'anneaux, y compris endomorphismes, isomorphismes et automorphismes

### 2. Algorithmes et programmation

- algorithmes de base
- variables locales et globales
- différence entre fonction et programme
- gestion des entrées et des sorties
- instructions de contrôle :
  - instructions conditionnelles (« si ... alors ... », « répéter ... jusqu'à ... », « tant que ... faire ... »)
  - instructions en boucle (« pour ... allant de ... à ... »)
- compilation d'un programme
- applications dans des situations pratiques (analyse, analyse numérique, probabilités, statistiques, géométrie, ... )

### 3. Applications de l'intégration

- calcul de la racine quadratique moyenne d'une fonction
- recherche de la position du centre de gravité d'une surface plane, d'un solide ou d'une surface ayant un élément de symétrie
- calcul du moment d'inertie d'une surface plane, d'un solide ou d'une surface ayant un élément de symétrie
- calcul de la longueur d'un arc de courbe et de l'aire d'une surface de révolution
- intégration polaire

#### 4. Intelligence artificielle et apprentissage automatique

- problèmes de classification et de régression
- arbres de décision
- méthode de classification naïve bayésienne, exemples: filtrage des spams et analyse des émotions
- algorithme des  $k$  plus proches voisins pour la classification et la régression
- neurone artificiel : entrée, sortie, poids, biais et différentes fonctions d'activation
- réseaux neuronaux artificiels comportant au moins trois couches
- réseaux neuronaux artificiels en tant qu'approximateurs de fonctions universelles
- différentes fonctions de perte pour les réseaux neuronaux artificiels
- descente de gradient pour la mise à jour des poids
- problèmes : surajustement, malédiction de la grande dimension

#### 5. Calcul barycentrique et géométrie affine

- calcul barycentrique
- étude des fonctions  $M \mapsto \sum_{i=1}^n \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$  et  $M \mapsto \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \|\overrightarrow{MA_i}\|^2$
- applications affines
- cas particuliers :
  - isométries
  - translations
  - homothéties
  - symétries
  - affinités, y compris affinités orthogonales

#### 6. Géométrie classique

- étude des configurations, du parallélisme, de l'orthogonalité
- problèmes de construction
- problèmes de chemin minimal
- utilisation des transformations
- matrices de transformations
- changements de repères : translation, rotation d'un repère orthonormal

#### 7. Intervalles de confiance, tests d'hypothèse et test du chi carré

- estimations non biaisées de la moyenne,  $\mu$ , et de la variance,  $\sigma^2$ , d'un caractère quantitatif d'une population
- distribution de la moyenne  $\bar{X}$  d'une variable aléatoire  $X$  suivant une loi normale ou autre (théorème central limite)
- intervalles de confiance de la moyenne,  $\mu$ , d'une population suivant une loi normale ou autre, de variance connue ou non (grand échantillon)
- test d'hypothèse pour le paramètre  $p$  d'une distribution binomiale (petit échantillon) et pour la moyenne  $\lambda$  d'une distribution de Poisson
- test d'hypothèse pour la moyenne,  $\mu$ , d'une population suivant une loi normale ou autre, de variance connue ou non (grand échantillon)
- établir une hypothèse nulle et choisir une hypothèse alternative unilatérale ou bilatérale en précisant une valeur critique (niveau de signification)
- rejeter ou accepter l'hypothèse nulle en fonction du résultat du test
- calcul des erreurs de type 1 et de type 2

- test du chi deux (chi carré ou  $\chi^2$ ), pour déterminer la validité :
  - de l'indépendance de deux variables aléatoires
  - d'un ajustement par une distribution binomiale, de Poisson ou normale

## 8. Coniques

- définition par foyer, directrice et excentricité
- équation cartésienne et équation réduite
- cercle, ellipse, parabole, hyperbole et coniques dégénérées
- détermination des caractéristiques d'une conique à partir d'une équation de la forme

$$A \cdot x^2 + B \cdot x \cdot y + C \cdot y^2 + 2 \cdot D \cdot x + 2 \cdot E \cdot y + F = 0$$

## 9. Géométrie descriptive

- point, droite, plan
- changements de plans de projection
- intersections de droites et de plans
- orthogonalité de droites et de plans
- problèmes de géométrie dans l'espace

## 10. Dynamique d'un point dans le plan

- système de référence, déplacement d'un point
- trajectoire, vecteur vitesse, vecteur accélération
- composition des vitesses, des accélérations

## 11. Théorie des graphes

- définition
- graphes non dirigés et dirigés
- graphes pondérés
- matrices adjacentes
- graphes eulériens
- graphes hamiltoniens
- arbres de type « spanning trees »
- algorithme de Dijkstra
- chaînes de Markov et graphes

## 12. Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3

- lien entre les isométries vectorielles et les isométries affines
- étude et classification des isométries



### 13. Formes linéaires et multilinéaires

- espace dual d'un espace vectoriel
- covecteurs
- base duale
- formes linéaires et changement de base
- droites et plans vectoriels de l'espace de dimension 3
- formes multilinéaires
- formes multilinéaires symétriques, formes alternées : déterminants dans les espaces de dimensions 2 et 3
- déterminant d'un endomorphisme
- effet d'un changement de base
- indépendance linéaire

### 14. Mécanique

- accélération
- lois de Newton, y compris loi du refroidissement de Newton
- vecteurs
- moments
- impulsion et quantité de mouvement
- coefficient de frottement
- projectiles
- travail, énergie et puissance
- centre de masse
- basculement
- ressorts
- mouvement harmonique simple
- mouvement circulaire
- mouvement circulaire dans un plan vertical

### 15. Systèmes non linéaires

- sensibilité aux conditions initiales
- courbe de Feigenbaum et ensemble de Mandelbrot
- attracteurs
- méthodes itératives de Newton

## 16. Système d'équations paramétriques d'une courbe et coordonnées polaires

- système d'équations paramétriques d'une courbe et coordonnées polaires : définition, domaine, étendue, symétrie, asymptotes, dérivée, tangentes, dérivée seconde, direction dans laquelle la courbe plane est tracée lorsque le paramètre augmente, tracé d'une courbe, aire, longueur d'arc et surface
- transformer un système d'équations paramétriques d'une courbe en une équation cartésienne et vice-versa
- transformer une équation polaire en coordonnées rectangulaires
- droite, cercle, ellipse, cycloïdes et autres courbes paramétriques
- cercle, cardioïde, cissoïde, conchoïde, lemniscate, limaçon, spirale logarithmique, rosace et autres courbes polaires

## 17. Dérivation partielle

- fonctions de deux variables
- dérivées partielles du premier ordre
- interprétation géométrique
- dérivées partielles d'ordre supérieur
- premier théorème d'Euler pour les fonctions homogènes
- différentielle d'une fonction de deux variables
- différentiation des fonctions composées
- dérivées selon des directions - maxima, minima, points-selles

## 18. Section planes de surfaces

- fonctions de deux variables
- section d'une surface par un plan
- section de cylindres
- section de cônes
- sections de surface d'équations  $z = x^2 + y^2$  et  $z = x \cdot y$

## 19. Polynômes

- espace vectoriel et anneau des polynômes
- division suivant les puissances décroissantes : unicité du quotient et du reste
- *PGCD* de deux polynômes
- zéros de polynômes
- polynômes à plusieurs variables

## 20. Représentation des nombres et arithmétique binaire

- représentation binaire de nombres entiers positifs, y compris l'addition binaire et la multiplication binaire
- notation hexadécimale, octale, bits, octets et mots, y compris les conversions
- représentation des nombres positifs et négatifs
  - magnitude signée
  - nombres entiers binaires signés (complément à 2)
  - fractions binaires positives
  - fractions binaires signées
  - représentation des nombres en virgule fixe (complément à 2)
  - représentation des nombres en virgule flottante (complément à 2)
  - gamme de représentation en virgule flottante
  - normalisation des nombres en virgule flottante
  - modes d'arrondi
- opérations arithmétiques en mode virgule flottante, en particulier l'addition et la soustraction, la multiplication et la division
- problèmes de précision, y compris la précision de la machine et la réduction de l'effet des problèmes de précision

## 21. Séries numériques

- définition, terme général d'une série, somme partielle de rang  $n$  (on se limitera aux séries numériques réelles)
- bornes supérieure et inférieure d'une série numérique
- convergence et divergence d'une série numérique
- série à termes positifs, série à termes négatifs, série alternée,
- condition nécessaire de convergence d'une série : si la série  $\sum u_n$  converge, alors la suite  $(u_n)$  converge vers zéro (la réciproque étant fautive)
- séries numériques classiques :
  - la série géométrique  $\sum a^n$  avec  $a \in \mathbb{R}$
  - la série harmonique  $\sum \frac{1}{n}$
  - la série harmonique alternée  $\sum \frac{(-1)^n}{n}$
  - la série de Riemann  $\sum \frac{1}{n^\alpha}$  avec  $\alpha \in \mathbb{R}$
- critères de convergence pour les séries numériques :
  - critères de convergence pour les séries géométriques
  - critères de comparaison pour les séries à termes positifs
  - critère de convergence pour les séries alternées (règle de Leibniz) : si  $(u_n)$  est une suite alternée telle que  $(|u_n|)$  est une suite décroissante et  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ , alors la série  $\sum u_n$  converge
  - critère de convergence pour les séries de Riemann : si  $\alpha > 1$ , alors la série de terme général  $\frac{1}{n^\alpha}$  converge et si  $\alpha \leq 1$ , alors elle diverge
  - critère de convergence de d'Alembert : si  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = l$ , alors la série de terme général  $(u_n)$  converge si  $l < 1$ , diverge si  $l > 1$  et est de comportement indéterminé si  $l = 1$
- séries absolument convergentes et séries semi-convergentes

## 22. Similitudes et isométries

- interprétation géométrique des opérations sur les nombres complexes
- fonctions  $f$  et  $g$  définies par  $f(z) = a \cdot z + b$  et  $g(z) = a \cdot \bar{z} + b$
- similitudes directes et indirectes
- isométries directes et indirectes

## 23. Algorithme du simplexe

- formulation d'un problème de programmation linéaire : fonction objectif, contraintes
- variables d'écart : variables d'entrée et de sortie
- formulation matricielle d'un problème
- variables de base et hors base
- solutions réalisables de base et solution de base initiale
- algorithme du simplexe : méthode du pivot
- solution optimale
- cas particuliers
- méthode des deux phases

## 24. Relativité restreinte (deux dimensions)

- diagrammes vus en cinématique - invariance temporelle : groupe galiléen des matrices  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  pour la multiplication
- addition des vitesses  $w = u + v$
- isomorphismes de  $(G, x)$  et de  $(R, +)$
- unités naturelles ( $c = 1$ )
- invariance de la vitesse de la lumière : groupe de Poincaré des matrices  $\beta \begin{pmatrix} 1 & u \\ u & 1 \end{pmatrix}$  avec  $\beta = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$  pour la multiplication
- addition des vitesses  $w = \frac{u+v}{1+u \cdot v}$
- conditions  $\|\vec{u}\| < 1$  et  $\|\vec{w}\| > 1$
- anomalies des tachyons - contraction, dilatation, effets Doppler

## 25. Notions topologiques

- topologie intuitive (points, arcs, domaines)
- passage de la topologie intuitive à la topologie structurée
- espaces topologiques (modèles : topologie des disques, des parallélépipèdes, des boules)
- espace de Hausdorff
- homéomorphismes

## 26. Fonctions trigonométriques réciproques (cyclométriques) et fonctions hyperboliques

- fonctions trigonométriques réciproques (arc sinus, arc cosinus et arc tangente) et fonctions hyperboliques (sinus hyperbolique, cosinus hyperbolique et tangente hyperbolique) : définition, domaine, limites, parité, domaine de dérivabilité, fonction dérivée, variation, courbe représentative
- (familles de) fonctions impliquant des fonctions circulaires ou hyperboliques
- formules et transformations trigonométriques et hyperboliques usuelles :
  - pour le sinus (hyperbolique), le cosinus (hyperbolique) et la tangente (hyperbolique) : formules des carrés, identités de la somme/différence, identités de l'angle double, identités du produit, identités transformant les sommes en produits, formule de changement de variable  $t = \tan \frac{x}{2}$ , ... (toutes les formules trigonométriques peuvent être rappelées ou déduites en utilisant des nombres complexes)
  - linéariser une expression impliquant des fonctions trigonométriques ou hyperboliques
  - expressions de :
    - $\cos(nx)$  et  $\sin(nx)$  sous forme de puissances de  $\cos x$  et  $\sin x$
    - $\cosh(nx)$  et  $\sinh(nx)$  sous forme de puissances de  $\cosh x$  et  $\sinh x$
- équations résolues en utilisant ces formules ou transformations

## 27. Fonctions vectorielles

- fonctions de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}^2$  (ou  $\mathbb{C}$ ) vers  $\mathbb{R}^3$
- dérivée d'une fonction vectorielle
- dérivée du produit d'une fonction réelle par une fonction vectorielle
- dérivée d'un produit scalaire
- dérivée d'un produit vectoriel
- construction de courbes planes

## 28. Isométries vectorielles dans l'espace tridimensionnel

- isométrie et matrice associée
- groupe orthogonal : norme, produit scalaire et bases
- valeurs propres et vecteurs propres
- composition d'isométries vectorielles
- classification des isométries vectorielles

## 5. Évaluation

Pour chaque niveau, il existe des descripteurs de niveaux atteints qui donnent une idée du niveau que les élèves doivent atteindre. Ils donnent également une idée du type d'évaluation qui peut être faite.

Les compétences se traduisent par un ensemble de verbes qui donnent une idée du type d'évaluation que l'on peut utiliser pour évaluer chaque objectif. Ces verbes sont utilisés et mis en gras dans le tableau des objectifs d'apprentissage, de sorte qu'il y a un lien direct entre les compétences et les objectifs d'apprentissage.

L'évaluation de la maîtrise de la matière peut être réalisée par des questions écrites auxquelles l'élève doit répondre. Cela peut se faire en partie par des questions à choix multiples, mais les compétences comme l'élaboration d'explications et l'argumentation ainsi que les compétences-clés comme la communication et la compétence mathématique nécessitent des questions ouvertes ou d'autres moyens d'évaluation.

Un devoir pour lequel les élèves doivent utiliser leurs connaissances factuelles pour rédiger un article ou concevoir une affiche sur un sujet (plus vaste), peut servir à juger de leur capacité d'analyse critique des données, ainsi que de leur aptitude à utiliser des concepts dans des situations inhabituelles et à communiquer de façon logique et concise sur le sujet en question.

En Europe, les élèves doivent avoir des compétences en conception et / ou en ingénierie (enseignement des STEM). Il faut donc avoir une évaluation qui atteste la capacité de concevoir et de communiquer. Une évaluation de la conception peut également inclure la capacité à travailler en équipe.

Les élèves doivent être capables de faire des recherches (expériences). L'évaluation devrait comprendre un exercice de recherche (ouverte) d'information. L'évaluation de la conception et de la recherche peut être combinée avec d'autres matières ou dans une matière, ceci afin d'éviter que les élèves n'aient à faire beaucoup de présentations et de recherches ouvertes en fin d'année exclusivement pour l'évaluation.

La compétence numérique peut être évaluée par un travail utilisant des feuilles de calcul, la collecte d'informations sur Internet, la mesure de données à l'aide de programmes et de matériel de mesure, la modélisation de la théorie sur ordinateur et la comparaison des résultats d'un modèle avec des données mesurées. Il est possible de combiner cette évaluation avec d'autres évaluations lorsque cette compétence est nécessaire.

L'évaluation est formative lorsque des procédures formelles ou informelles servent à recueillir des éléments qui démontrent l'apprentissage au cours du processus d'apprentissage et à adapter l'enseignement aux besoins des élèves. Ce processus permet aux enseignant-e-s et aux élèves de recueillir des informations sur les progrès accomplis par les élèves et de suggérer à l'enseignant-e des modifications dans ses stratégies d'enseignement, respectivement à l'élève des changements dans sa façon d'apprendre.

L'évaluation est sommative lorsqu'elle est utilisée pour évaluer l'apprentissage des élèves à la fin du processus pédagogique ou d'une période d'apprentissage. L'objectif est de résumer les réalisations des élèves et de déterminer si, et dans quelle mesure, les élèves ont démontré une bonne compréhension de cet apprentissage.

Pour toute évaluation, il convient d'utiliser le barème de notation des écoles européennes, tel que décrit dans « Système de notation des écoles européennes : Guide d'utilisation » (Réf. : 2017-05-D-29-fr-7).

## Evaluation du cours approfondi en mathématiques

Le cours approfondi en mathématiques S6 et S7 doit être évalué non seulement à l'aide de l'examen oral du baccalauréat et des épreuves B, mais aussi par le biais d'une évaluation continue des enseignant-e-s s'appuyant sur les différentes compétences. Ces évaluations continues et formatives peuvent donc varier en type et en structure.

Il est de la responsabilité des enseignants de clarifier si l'utilisation d'un outil technologique est autorisée ou non lors des épreuves B données en S6 et S7 en fonction de la manière dont les sujets évalués ont été enseignés. L'information doit être donnée aux élèves avant le déroulement des épreuves.

Chaque question d'examen oral doit indiquer clairement si l'utilisation d'un outil technologique est autorisée ou non. L'utilisation partielle d'un outil technologique pendant un examen oral n'est pas autorisée. Si la question de l'examen oral ne permet pas l'utilisation d'un outil technologique, le candidat doit remettre son outil technologique aux professeurs après le choix de la question et, si l'utilisation est autorisée, le professeur doit vérifier qu'il est en mode examen avant que le candidat ne se rende dans la salle de préparation.

Parallèlement à ces obligations, les enseignants en charge de ce cours rédigeront les questions orales en respectant les directives suivantes :

- Les propositions correspondent aux programmes de mathématiques de la 6<sup>ème</sup> et de la 7<sup>ème</sup> année.
- Les questions reflètent de manière appropriée les compétences décrites dans les programmes de mathématiques de la 6<sup>ème</sup> et de la 7<sup>ème</sup> année.
- Les questions présentent un bon équilibre entre les différents éléments étudiés et examinent la compréhension générale des sujets traités.
- La présentation orale des réponses à toutes les questions prend pour chaque élève un maximum de 20 minutes.

Il faut noter que les questions en cascade sont autorisées : si les élèves ont quelques difficultés à répondre à une question, les examinateurs engageront une discussion avec les candidats pour évaluer, malgré cette difficulté, leur niveau de connaissance sur le sujet.

## **Note finale au baccalauréat en mathématiques en S7 (critères d'évaluation de l'épreuve orale relative au cours approfondi en mathématiques)**

L'épreuve orale donne aux élèves l'occasion de s'exprimer sur un sujet mathématique. Outre la validité de la réponse, on attachera une importance primordiale au fondement de l'argumentation et à la pertinence de la justification sans négliger la qualité de l'expression orale. Par conséquent, la matrice utilisée pour évaluer l'élève prendra en considération :

- Le plan de l'exposé : les élèves doivent montrer que le sujet auquel se réfère la question est connu et justifier la démarche qu'ils vont mettre en œuvre. Plus précisément, ils doivent :
  - identifier le sujet ;
  - clarifier les concepts et les méthodes mis en œuvre ;
  - montrer la capacité de placer le problème donné dans un contexte mathématique.
- Le développement de la solution : lors de la résolution de la question, les élèves doivent :
  - rappeler les définitions nécessaires ;
  - utiliser un vocabulaire approprié ;
  - montrer une approche cohérente et logique ;
  - montrer la maîtrise de toutes les techniques de calcul utilisées (avec ou sans outil technologique).
- Les questions supplémentaires ne sont pas prédéterminées et dépendent de la qualité de la présentation des élèves. Elles sont destinées à :
  - évaluer le niveau de connaissance des élèves sur le thème de la question choisie (principalement si le développement des élèves peut être amélioré) ;
  - élargir la question (extrapolation).
- Exigences pratiques : lors de la résolution de la question, les élèves seront également évalués sur les points suivants :
  - compétences de communication claires et l'utilisation d'un vocabulaire approprié ;
  - bonne utilisation et gestion du tableau noir/blanc ;
  - capacité d'adaptation à un examen oral.



## 5.1. Descripteurs de niveaux atteints

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>FX</b>
	(9,0 - 10 Excellent)	(8,0 - 8,9 Très bon)	(7,0 - 7,9 Bon)	(6,0 - 6,9 Satisfaisant)	(5,0 - 5,9 Suffisant)	(3,0 - 4,9 Insuffisant/ Echec)	(0 - 2,9 Insuffisant / Echec)
<b>Connaissance et compréhension</b>	Montre une connaissance et une compréhension approfondies des termes, symboles et principes mathématiques dans tous les domaines du programme.	Montre une vaste connaissance et compréhension des termes, symboles et principes mathématiques dans tous les domaines du programme.	Montre une connaissance et une compréhension satisfaisantes des termes, symboles et principes mathématiques dans tous les domaines du programme.	Montre une connaissance et une compréhension satisfaisantes des termes, des symboles et des principes mathématiques dans la plupart des domaines du programme.	Montre une connaissance et une compréhension satisfaisantes des termes, symboles et principes mathématiques simples.	Montre une connaissance partielle et une compréhension limitée des termes, symboles et principes mathématiques.	Montre très peu de connaissances et de compréhension des termes, symboles et principes mathématiques.
<b>Méthodes</b>	Effectue avec succès des processus mathématiques dans tous les domaines du programme.	Effectue avec succès des processus mathématiques dans la plupart des domaines du programme.	Effectue avec succès des processus mathématiques dans différents domaines du programme.	Effectue avec succès des processus mathématiques dans des contextes simples.	Effectue des processus mathématiques dans des contextes simples, mais avec quelques erreurs.	Effectue des processus mathématiques dans des contextes simples, mais commet des erreurs fréquentes.	N'effectue pas les processus appropriés.
<b>Résolution de problèmes</b>	Traduit les problèmes complexes non courants en symboles et fait un raisonnement menant à un résultat correct; établit et utilise des liens entre différentes parties du programme.	Traduit les problèmes non courants en symboles et fait un raisonnement menant à un résultat correct; établit des liens entre différentes parties du programme.	Traduit les problèmes courants en symboles et fait un raisonnement menant à un résultat correct.	Traduit les problèmes courants en symboles mathématiques et fait un raisonnement qui mène à un résultat.	Traduit les problèmes courants en symboles mathématiques et tente de raisonner pour obtenir un résultat.	Traduit les problèmes courants en symboles mathématiques et tente de raisonner pour obtenir un résultat uniquement avec de l'aide.	Ne traduit pas les problèmes courants en symboles mathématiques ni ne tente de raisonner pour obtenir un résultat.

<b>Interprétation</b>	Tire des conclusions complètes et pertinentes de l'information ; évalue la vraisemblance des résultats et reconnaît ses propres erreurs.	Tire des conclusions pertinentes de l'information ; évalue la vraisemblance des résultats et reconnaît ses propres erreurs.	Tire des conclusions pertinentes de l'information et essaie d'évaluer la vraisemblance des résultats.	Essaie de tirer des conclusions de l'information reçue et fait preuve d'une certaine compréhension concernant la vraisemblance des résultats.	Essaie de tirer des conclusions de l'information reçue et fait preuve d'une compréhension limitée de la vraisemblance des résultats.	Essaie d'interpréter l'information reçue.	N'interprète pas l'information reçue.
<b>Communication</b>	Présente systématiquement le raisonnement et les résultats de manière claire, efficace et concise, en utilisant correctement la terminologie et la notation mathématiques.	Présente systématiquement le raisonnement et les résultats de manière claire, en utilisant correctement la terminologie et la notation mathématiques.	Présente en général le raisonnement et les résultats de manière claire, en utilisant correctement la terminologie et la notation mathématiques.	Présente en général le raisonnement et les résultats de manière adéquate, en utilisant la terminologie et la notation mathématiques.	Présente en général le raisonnement et les résultats de manière adéquate, en utilisant une terminologie et des notations mathématiques simples.	Essaie de présenter le raisonnement et les résultats en utilisant la terminologie mathématique.	Fait preuve d'un raisonnement et d'un recours à la terminologie mathématique insuffisants.
<b>Compétence numérique</b>	Utilise la technologie de manière appropriée et créative dans un large éventail de situations.	Utilise la technologie de manière appropriée dans un large éventail de situations.	Utilise la plupart du temps la technologie de manière appropriée.	Utilise la plupart du temps la technologie de manière satisfaisante.	Utilise la technologie de manière satisfaisante dans des situations simples.	Utilise la technologie dans une mesure limitée.	N'utilise pas la technologie de manière satisfaisante.

## 5.2. Examen oral : cours approfondi en mathématiques - Fiche d'évaluation

École européenne ..... Élève : ..... Classe : ..... Examineur/Examinatrice : .....

	(9,0 - 10 Excellent)	(8,0 - 8,9 Très bien)	(7,0 - 7,9 Bon)	(6,0 - 6,9 Satisfaisant)	(5,0 - 5,9 Suffisante)	(3,0 - 4,9 Faible / Insuffisant)	(0 - 2,9 Très faible / Insuffisant)	Points
<b>Connaissance et compréhension</b>	Montre une connaissance et une compréhension complètes des termes, symboles et procédures mathématiques pertinents à la question.	Montre une large connaissance et compréhension des termes, symboles et procédures mathématiques pertinents pour la question.	Montre une connaissance et une compréhension satisfaisantes des termes, symboles et procédures mathématiques pertinents pour la question.	Montre une connaissance et une compréhension satisfaisantes des termes, symboles et procédures mathématiques pertinents pour la question, éventuellement avec un peu d'aide.	Montre une connaissance et une compréhension satisfaisantes des termes, symboles et procédures mathématiques simples en rapport avec la question, mais avec quelques erreurs et avec de l'aide.	Montre une connaissance partielle et une compréhension limitée des termes, symboles et procédures mathématiques pertinents à la question, mais commet de fréquentes erreurs et a besoin d'une aide.	Montre une connaissance et une compréhension très limitées des termes, symboles et procédures mathématiques pertinents pour la question.	
<b>Méthodes</b>	Réalise avec succès des processus mathématiques dans toutes les parties de la question.	Réalise avec succès des processus mathématiques dans des contextes variés.	Réalise avec succès des processus mathématiques dans des contextes variés, éventuellement avec un peu d'aide.	Réalise avec succès des processus mathématiques dans des contextes simples, éventuellement avec un peu d'aide.	Exécute des processus mathématiques dans des contextes simples, mais avec quelques erreurs et avec de l'aide.	Exécute des processus mathématiques dans des contextes simples, mais commet des erreurs fréquentes et a besoin d'être guidé fréquemment.	N'exécute pas les processus appropriés.	
<b>Résolution de problèmes</b>	Traduit des problèmes complexes non routiniers en symboles et raisonnements mathématiques jusqu'à un résultat correct ; établit et utilise éventuellement des liens entre différentes parties du programme si cela est pertinent pour la question.	Traduit des problèmes non routiniers en symboles et raisonnements mathématiques pour arriver à un résultat correct ; établit quelques liens entre différentes parties du programme si cela est pertinent pour la question.	Traduit les problèmes de routine en symboles mathématiques et raisonne pour obtenir un résultat correct.	Traduit des problèmes de routine en symboles mathématiques et raisonne pour arriver à un résultat, éventuellement avec un peu d'aide.	Traduit les problèmes de routine en symboles mathématiques et tente de raisonner pour arriver à un résultat, éventuellement avec un encouragement plus poussé.	/	/	

<b>Interprétation</b>	Tire des conclusions complètes et pertinentes de l'information ; évalue le caractère raisonnable des résultats et reconnaît ses propres erreurs.	Tire des conclusions pertinentes à partir des informations ; évalue le caractère raisonnable des résultats et reconnaît ses propres erreurs.	Tire des conclusions pertinentes de l'information et tente d'évaluer le caractère raisonnable des résultats.	Tente de tirer des conclusions à partir des informations données, et montre une certaine compréhension du caractère raisonnable des résultats.	Tente de tirer des conclusions à partir des informations et montre une compréhension limitée du caractère raisonnable des résultats.	Ne cherche pas à interpréter l'information.	/	
<b>Communication et planification</b>	Présente systématiquement le raisonnement et les résultats de manière claire, efficace et concise, en utilisant correctement la terminologie et les notations mathématiques.	Présente systématiquement le raisonnement et les résultats de manière claire en utilisant correctement la terminologie et les notations mathématiques.	Présente généralement le raisonnement et les résultats de manière claire en utilisant correctement la terminologie et les notations mathématiques.	Présente généralement le raisonnement et les résultats de manière adéquate en utilisant la terminologie et les notations mathématiques.	Présente généralement le raisonnement et les résultats de manière adéquate en utilisant une certaine terminologie et des notations mathématiques.	Tente de présenter le raisonnement et les résultats en utilisant des notations mathématiques.	Le raisonnement et l'utilisation des notations mathématiques sont insuffisants.	
<b>Technologie et outils de présentation (si d'application)</b>	Utilise la technologie et/ou d'autres outils de présentation de manière appropriée et créative dans un large éventail de situations.	Utilise la technologie et/ou d'autres outils de présentation de manière appropriée dans un large éventail de situations.	Utilise la technologie et/ou d'autres outils de présentation de manière appropriée la plupart du temps.	Utilise la technologie et/ou d'autres outils de présentation de manière satisfaisante la plupart du temps.	Utilise la technologie et/ou d'autres outils de présentation de manière satisfaisante dans des situations simples.	Utilise la technologie et/ou d'autres outils de présentation dans une mesure limitée.	N'utilise pas la technologie et/ou les autres outils de présentation de manière satisfaisante.	
<b>Total des points</b>								

Date : .....

Signature : .....

## Annexe 1 : Plan de travail suggéré

Le tableau ci-dessous indique un nombre approximatif de semaines pour les différents sujets de ce cycle. L'enseignant(e) est libre d'adapter cette répartition du temps en fonction de sa classe.

En ce qui concerne l'ordre des sujets, les enseignants doivent garder à l'esprit que l'analyse doit être abordée ultérieurement et seulement lorsque la dérivation a été traitée dans le cours MA 5P en S6. De même, en S7, le contenu de l'analyse repose sur l'intégration enseignée dans le cours MA 5P en S7. Il serait donc souhaitable de suivre l'ordre du calendrier suggéré en S6. Quant au cours approfondi en S7, un choix possible serait celui de débiter par l'algèbre linéaire et de continuer avec un ou deux sujets optionnels en S7, avant de travailler sur le contenu de l'analyse.

Remarque : Le nombre de semaines comprend les évaluations, le temps nécessaire pour la pratique et la répétition, les projets de mathématiques, les projets d'école, etc.

Cours	S6AM	S7AM
Sujet	Semaines	
Fondements des mathématiques	9	/
Théorie des nombres	9	/
Algèbre linéaire	9	5
Analyse	3	9
1 <sup>er</sup> thème au choix	/	7
2 <sup>ème</sup> thème au choix	/	7
<b>Total</b>	<b>30</b>	<b>28</b>