Bez.: **2021-01-D-54-de-2**
Original: **EN**

# Lehrplan für Mathematik S6-S7
## Vertiefungskurs (3 Wocheneinheiten/Perioden)

### Genehmigt durch den Gemischten Pädagogischen Ausschuss in seiner Online-Sitzung am 11. und 12. Februar 2021

Inkrafttreten: am 1. September 2021 für S6
am 1. September 2022 für S7

1. Abiturprüfung im Juni 2023

# Lehrplan für den Vertiefungskurs im Fach Mathematik

# an Europäischen Schulen Jahre S6&S7 (3P)

Inhaltsübersicht

# 1. Allgemeine Zielsetzungen

Die Europäischen Schulen verfolgen die beiden Zielsetzungen, formale Bildung zu vermitteln und die persönliche Entwicklung der Schüler/innen in einem breiten sozialen und kulturellen Kontext zu fördern. Die formale Bildung besteht im Erwerb von Kompetenzen in einer Reihe von Bereichen (Kenntnisse, Fertigkeiten und Geisteshaltungen). Persönliche Entwicklung erfolgt in zahlreichen geistigen, ethischen, sozialen und kulturellen Zusammenhängen. Sie beinhaltet Bewusstsein für angemessenes Verhalten, Verständnis für die Lebensumgebung der Schüler/innen und für die Entwicklung der individuellen Identität.

Diese beiden Ziele werden im Rahmen eines verstärkten Sensibilisierungsprozesses für den Reichtum der europäischen Kultur gefördert. Bewusstsein und Erfahren des europäischen Miteinanders sollen die Schüler/innen zu mehr Respekt vor den Traditionen jedes einzelnen Landes und jeder Region in Europa veranlassen. Dabei können sie ihre eigene nationale Identität entwickeln und bewahren.

Die Schüler/innen der Europäischen Schulen sind zukünftige Bürger/innen Europas und der Welt. Sie benötigen eine Reihe von Kompetenzen, um den künftigen Herausforderungen eines sich schnell verändernden Umfeldes gewachsen zu sein. Der Europäische Rat und das EU-Parlament verabschiedeten 2006 ein europäisches Rahmenwerk für die Schlüsselkompetenzen zum lebenslangen Lernen. Darin werden acht genannt, die die persönliche Entfaltung und Entwicklung, die Mitwirkung als aktive Bürgerin oder aktiver Bürger, die soziale Inklusion und die Beschäftigung betreffen:

1. Muttersprachliche Kompetenz
2. Fremdsprachliche Kompetenz
3. Mathematische Kompetenz und grundlegende naturwissenschaftlich-technische Kompetenz
4. Digital- und Informationskompetenz
5. Persönliche, soziale und Lernkompetenz
6. Bürgerkompetenz
7. Unternehmerische Kompetenz
8. Kulturbewusstseins- und kulturelle Kompetenz.

Die Lehrpläne der Europäischen Schulen sollen zum Erwerb dieser Schlüsselkompetenzen beitragen.

Schlüsselkompetenzen sind so allgemein, dass sie nicht ständig in dem wissenschaftlichen und mathematischen Lehrplan wiederholt werden.

## 2. Didaktische Grundsätze

### Allgemeine Erläuterung

Bei der Beschreibung der Lernziele spielen Kompetenzen, verbunden mit einem konkreten Inhalt, eine wichtige Rolle. Diese herausragende Bedeutung des Erwerbs von Kompetenzen für die einzelnen Lernziele soll sich im Unterricht widerspiegeln. Einzelne Aktivitäten wie Experimentieren, Gestalten, Suchen nach Erklärungen und Diskutieren mit Gleichaltrigen und Lehrern/Lehrerinnen, unterstützen die Schüler/innen in diesem Kompetenzerwerb. Im naturwissenschaftlichen Unterricht wird ein Unterrichtsansatz empfohlen, der den Schülern/innen hilft, sich mit Konzepten vertraut zu machen, indem sie Situationen/Alltagsphänomene beobachten, untersuchen und erklären, gefolgt von dem Schritt, Abstraktionen und Modelle zu erstellen. Im Mathematikunterricht sind Untersuchungen, Abstraktionen und Modellierungen gleichermaßen wichtig. Bei diesen Ansätzen ist es unerlässlich, dass eine maximale Schüleraktivität angestrebt wird. (Dies heißt nicht, dass die Lehrkraft „abwesend" ist: Die Klassenführung durch die Lehrkraft ist ein wesentlicher Beitrag zur gezielten Stimulierung der Schüleraktivitäten.)

Das Konzept des forschungsbasierten Lernens (IBL, *inquiry-based learning*) bezieht sich auf diese Ansätze. Eine Übersicht über nützliche Literatur hierzu findet man im PRIMAS-Leitfaden für Weiterbildungsanbieter.

http://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/10/PRIMAS_Guide-for-Professional-Development-Providers-IBL_110510.pdf

### Das Fach Mathematik

Der Inhalt und die Struktur, in denen die Themen zum ersten Mal behandelt werden, wenn ein/e Schüler/in im Sekundarbereich Mathematik lernt, wurden sorgfältig ausgewählt. Es wird angenommen, dass dies wie eine "Reise" ist; wenn zu viel Inhalt an einem Punkt erreicht wird, besteht allerdings die Gefahr, dass dieser nicht angemessen verstanden wird und daher ein allgemeines mathematisches Konzept nicht vollständig verinnerlicht wird. Durch die Begrenzung des Inhalts dieses Lehrplans (siehe Tabelle 4.2.) kann jedes Jahr mehr Zeit für die Entwicklung von mathematischen Schlüsselkonzepten aufgebracht werden. Dies trifft sowohl für Konzepte zu, die schon vorher gelernt wurden, als auch für neue mathematische Begriffe, denen ausreichend Zeit für deren Erweiterung eingeräumt wird. Es ist zu beachten, dass die Aktivitäten zur Erweiterung nach dem Ermessen des/der Lehrers/Lehrerin durchgeführt werden. Es wird jedoch empfohlen, anstelle eines vertikalen Ansatzes zur Erweiterung einen horizontalen Ansatz zu verwenden, um den Lernenden ein tieferes Verständnis des mathematischen Konzepts zu vermitteln (in Abschnitt 4 wird das Wort „Beschränkung" verwendet, um sicherzustellen, dass die Vertiefung nicht zu weit geht).

Darüber hinaus wird angenommen, dass dieser Lehrplan der einen Schwerpunkt auf Kompetenzen legt, die Schüler/innen dazu ermutigt mehr Freude an Mathematik zu haben, da sie nicht nur den Inhalt besser verstehen, sondern auch den Zusammenhang mit den historischen Kontexten erkennen (wobei erwartet wird, dass die Geschichte der Mathematik über die Zyklen hinweg eingebunden wird) sowie erkennen, wie die Mathematik fächerübergreifend angewendet werden kann (diese sind in der vierten Spalte in Tabelle 4.2. zu sehen).

Daher wurden die Lehrpläne speziell auf die Schlüsselkompetenzen (Abschnitt 1.) und die fachspezifischen Kompetenzen (Abschnitt 3.1.) abgestimmt. In einigen Fällen sind die Schlüsselkompetenzen klar, zum Beispiel die zahlreichen historischen Kontexte (durch das

Symbol gekennzeichnet), die der Schlüsselkompetenz 8 (Kulturbewusstseins- und kulturelle Kompetenz) zugeordnet sind. In anderen Bereichen ist der Zusammenhang möglicherweise nicht so offensichtlich.

Eine der Aufgaben im Lernprozess ist die Entwicklung der Fähigkeit, Rückschlüsse zu ziehen, die Entwicklung von analytischen Fähigkeiten und strategischem Denken, die sowohl mit den Schlüssel- als auch mit den fachspezifischen Kompetenzen verknüpft sind. Dies ist die Fähigkeit, weitere Schritte zu planen, um ein Problem erfolgreich zu lösen, und die Lösungsfindung komplexerer Probleme in kleinere Schritte zu unterteilen. Ein Ziel des Mathematikunterrichts ist es, die Intuition der Schüler/in im Fach Mathematik entsprechend ihrem Alter weiterzuentwickeln. Die Fähigkeit, mathematische Konzepte (z. B. Winkel, Längen, Flächen, Formeln und Gleichungen) zu verstehen und anzuwenden, ist viel wichtiger als das Auswendiglernen formaler Definitionen.

Dieser Lehrplan wurde so geschrieben, dass er für Lehrer/Lehrerinnen, Eltern und Lernende gleichermaßen verständlich ist. Dies ist einer der Gründe, warum Symbole verwendet wurden (siehe Abschnitt 4.2.). Diese Symbole stellen verschiedene Bereiche der Mathematik dar und sind nicht unbedingt mit nur einer Kompetenz verbunden, sondern können eine Reihe von Kompetenzen abdecken.

Um sicherzustellen, dass die Schüler/innen ein gutes Verständnis der Mathematik entwickeln, bauen die Kurse von S1 bis S7 linear aufeinander auf, indem die Arbeit des vorherigen Jahres als Grundlage zum weiteren Kompetenzaufbau dient. Daher ist es wichtig, dass vor Beginn eines Jahres der vorangegangene oder ein ähnlicher Kurs belegt wurde. Der/Die Lehrer/in ist am besten in der Lage, die spezifischen Bedürfnisse der Klasse zu verstehen, und, bevor er mit einem bestimmten Thema beginnt, wird erwartet, dass die Schüler/innen über die erforderlichen Kenntnisse verfügen. Wenn zum ersten Mal nach einem größeren Zeitraum ein Konzept wiederaufgegriffen wird, ist eine Auffrischung immer eine gute Idee. Es sollte beachtet werden, dass diese Wiederholung nicht im Lehrplan enthalten ist. Wie bereits erwähnt, steht durch das begrenzte Einführen von neuem Lernstoff bei Bedarf Zeit für das Wiederholen zur Verfügung.

Der Einsatz von Technologie und digitalen Werkzeugen spielt sowohl in der theoretischen als auch in der angewandten Mathematik eine wichtige Rolle, was sich in diesem Lehrplan widerspiegelt. Die Schüler/innen sollten die Möglichkeit erhalten, mit verschiedenen Tools wie Tabellenkalkulationen, Computeralgebrasystem (CAS) Software, dynamische Geometriesoftware (DGS), Programmiersoftware oder anderer Software, die in den jeweiligen Schulen verfügbar sind, zu arbeiten und Probleme zu lösen. Technologie und digitale Werkzeuge sollten eingesetzt werden, um das Verständnis der Schüler/innen zu fördern, indem beispielsweise schwierige Konzepte visualisiert und interaktive und personalisierte Lernangebote bereitgestellt werden, und nicht nur als Ersatz für das Verständnis. Ihr Einsatz wird auch zu einer verbesserten digitalen Kompetenz führen.

Die Lehrer/innen können den Unterricht, die zu verwendenden Materialien und sogar die Reihenfolge, in der die Inhalte vermittelt wird, nach eigenem Ermessen gestalten. Der Inhalt und die Kompetenzen (in den Tabellen in Abschnitt 4.2., Spalten 2 und 3 angegeben) müssen jedoch behandelt werden.

**Der S6-Vertiefungskurs (3 Wocheneinheiten / 3 P)**

Dieser Kurs wurde speziell für diejenigen entwickelt, die sich für ein Studium der Mathematik auf höherem Niveau entscheiden oder für Fächer die Mathematik auf höherem Niveau erfordern. Es ist auch ein Kurs für Schüler/innen, die Mathematik lieben und es genießen, tiefer in die Theorie zu gehen.

Der Vertiefungskurs in S6 konzentriert sich auf die Grundlagen der Mathematik sowie auf die Grundlagen der linearen Algebra. Er zielt auch darauf ab, die Kenntnisse der Analysis zu vertiefen und ein breites Bild der Arithmetik zu vermitteln. Die gewählten Themen geben den Lehrern/Lehrerinnen die Möglichkeit, ihre Schüler/innen in verschiedene Aktivitäten einzubinden, damit sie sich der Mathematik weiterhin als Werkzeug zur Lösung von Problemen auf kreative Weise nähern und Spaß daran haben.

Arithmetik wird vollständig in S6 behandelt, während Algebra und Analysis auf S6 und S7 aufgeteilt wurde, wodurch die Lehrer/innen mehr Zeit zum Üben und Wiederholen haben und mehr Möglichkeiten haben, den Schülern/innen die Begriffe zu vermitteln.

Im Vertiefungskurs geht es nicht nur darum, Theoreme anzuwenden, sondern vor allem darum, sie zu verstehen. Die Lehrer/innen werden daher einen erheblichen Teil der Zeit darauf verwenden, die entscheidenden Theoreme und Ergebnisse aus dem Kurs zu beweisen.

Das Thema über die klassischen mathematischen Beweismethoden muss so weit wie möglich auf alle Inhalte dieses Lehrplans angewendet werden. Das bedeutet, dass, wenn einige Beweise obligatorisch sind und von den Schülerinnen und Schülern bekannt sein müssen, viele andere Ergebnisse, für die das Verb "beweisen" in den Lernzielen nicht verwendet wird, dennoch im Unterricht bewiesen werden sollten, damit dieser Lehrplan nicht nur eine Sammlung von mathematischen Ergebnissen ist, sondern vielmehr eine konsequente Reise durch das, was Mathematik wirklich ist. Zum Beispiel sind die klassischen Theoreme im Abschnitt Analysis keine unzusammenhängenden Sätze: Das Verfolgen des Beweises, das Übergehen von einem Theorem zum nächsten, sorgt für ein Gesamtverständnis der Begriffe und ist für die Schüler/innen viel einprägsamer.

**Der S7-Vertiefungskurs (3 Wocheneinheiten / 3P)**

Der Kurs ist eine Fortsetzung und Vertiefung des Studiums der Algebra und der Analysis. Diese Pflichtbereiche werden durch zwei Wahlthemen ergänzt, die aus einer umfangreichen Liste ausgewählt werden können. Das Ziel der Einführung vieler Optionen ist es, den Schülern/Schülerinnen die Möglichkeit zu geben, neue Begriffe zu erlernen, bevor sie sich auf ihre höheren Studien vorbereiten. Die Lehrer/innen können die Wahl der Optionen so gut wie möglich an die zukünftigen Bedürfnisse ihrer Schüler/innen anpassen, je nachdem, für welches Hochschulstudium sie sich entscheiden werden. Die Wahl der Optionen sollte daher nach einer sorgfältigen Überprüfung der Bewerbungen erfolgen, die die Schüler/innen bei den Universitäten und höheren Bildungseinrichtungen eingereicht haben werden.

Die bereits für den Vertiefungskurs in S6 erwähnte Notwendigkeit, möglichst viele theoretische Ergebnisse im Unterricht aufzustellen, bleibt auch in S7 gültig.

# 3. Lernziele

## 3.1. Kompetenzen

Die folgende Tabelle erläutert die fachspezifischen Kompetenzen für das Fach Mathematik. Hier wird das Schlüsselvokabular aufgelistet, damit beim Lesen der Tabellen in Abschnitt 4.2. die bewertete Kompetenz schnell zu erkennen ist. Es ist zu beachten, dass die Liste der wichtigsten Vokabeln nicht vollständig ist und dass dasselbe Wort je nach Kontext für mehr als eine Kompetenz gelten kann.

Weitere Informationen zur Bewertung des Kompetenzniveaus findet man in Abschnitt 5.1. Leistungsindikatoren. Die Schlüsselbegriffe in dieser Tabelle sind diejenigen, die benötigt werden, um eine ausreichende Note zu erhalten.

| | Kompetenz | Schlüsselkonzepte (Erreichen einer Note zwischen 5.0 und 5.9) | Schlüsselvokabular |
|---|---|---|---|
| **1.** | **Kenntnisse und Verständnis** | Ausreichende Kenntnisse und Verständnis von einfachen mathematischen Begriffen, Symbolen und Prinzipien. | Anwenden, klassifizieren, vergleichen, konvertieren, definieren, bestimmen, erweitern, faktorisieren, identifizieren, kennen, verändern, benennen, ordnen, beweisen, wiedergeben, erkennen, runden, vereinfachen, verstehen, verifizieren, … |
| **2.** | **Methoden** | Führt mathematische Prozesse in einfachen Kontexten mit einigen Fehlern aus. | Anwenden, berechnen, entwickeln, umwandeln, zeichnen, verändern, skizzieren, vereinfachen, lösen, verwenden, überprüfen, … |
| **3.** | **Problemlösen** | Übersetzt Alltagsprobleme in mathematische Fachsprache und versucht, zu einem Ergebnis zu kommen. | Klassifizieren, vergleichen, erstellen, entwickeln, anzeigen, schätzen, generieren, interpretieren, untersuchen, messen, modellieren, darstellen, runden, vereinfachen, lösen, … |
| **4.** | **Interpretation** | Versucht aus Informationen Schlussfolgerungen zu ziehen und zeigt ein begrenztes Verständnis für die Angemessenheit der Ergebnisse. | Berechnen, zurückführen, kreieren, entwickeln, entdecken, darstellen, generieren, interpretieren, untersuchen, modellieren, … |
| **5.** | **Kommunikation** | Präsentiert Argumentation und Ergebnisse im Allgemeinen angemessen; benutzt einfache mathematische Terminologie und Schreibweise. | Berechnen, zurückführen, entwerfen, entdecken, darstellen, interpretieren, untersuchen, modellieren, präsentieren, … |
| **6.** | **Digitale Kompetenz**[1] | Verwendet die Technologie in einfachen Situationen zufriedenstellend. | Berechnen, konstruieren, erstellen, anzeigen, zeichnen, modellieren, präsentieren, lösen, … |

[1] Diese Kompetenz ist Teil des Europäischen Rahmens für digitale Kompetenz (https://ec.europa.eu/jrc/en/digcomp).

## 3.2. Querschnittskonzepte

Die Liste der Querschnittskompetenzen stellt die Lernziele in einen breiteren Kontext, der z.B. die Grundlage für ein lehrplanübergreifendes Projekt bilden kann. Diese Liste der Querschnittskompetenzen ist die gleiche für alle wissenschaftlichen und mathematische Lehrpläne. Die vorläufige Liste für den Unterricht basiert auf der nächsten Generation naturwissenschaftlicher Standards in den Vereinigten Staaten (National Research Council, 2013):

| | Konzept | Beschreibung |
|---|---|---|
| 1. | **Muster** | Beobachtete Muster von Formen und Ereignissen leiten die Organisation und die Klassifikation und ermutigen zu Fragen über Verbindungen und die Faktoren, die sie beeinflussen. |
| 2. | **Ursache und Wirkung** | Ereignisse haben Ursachen, manchmal einfache, manchmal komplexere. Das Entschlüsseln kausaler Zusammenhänge und der Mechanismen, durch die sie herbeigeführt werden, ist eine wichtige wissenschaftliche Tätigkeit. Solche Mechanismen können dann in bestimmten Kontexten getestet und verwendet werden, um Ereignisse in neuen Kontexten vorherzusagen und zu erklären. |
| 3. | **Skala, Proportionalität und Menge** | Bei der Betrachtung von Phänomenen ist es entscheidend zu erkennen, was auf verschiedenen Größen-, Zeit- und Energieskalen relevant ist, und zu erfassen, wie sich Änderungen in Maßstab, Anteil oder Menge auf die Struktur oder Leistung eines Systems auswirken. |
| 4. | **Systeme und Systemmodelle** | Die Definition des untersuchten Systems - die Spezifizierung seiner Grenzen und die Verdeutlichung eines Modells dieses Systems - liefert Instrumente zum Verständnis der Welt. Je nach Fragestellung können Systeme oft in Teilsysteme eingeteilt sein; Systeme können auch zu größeren Systemen kombiniert werden. |
| 5. | **Ströme, Zyklen und Erhaltung** | Die Beobachtung der Flüsse von Energie und Materie in, aus und innerhalb von Systemen trägt zum Verständnis der Möglichkeiten und der Grenzen dieser Systeme bei. |
| 6. | **Struktur und Funktion** | Die Art und Weise, wie ein Gegenstand oder lebendes Wesen geformt oder strukturiert ist, bestimmt viele seiner Eigenschaften und Funktionen. |
| 7. | **Stabilität und Veränderung** | Sowohl für künstliche als auch für natürliche Systeme sind Bedingungen, die die Stabilität beeinflussen, und Faktoren, die Veränderungen kontrollieren, wichtige Elemente bei der Entwicklung eines Systems und müssen daher studiert werden. |
| 8. | **Natur der Wissenschaften** | Jede Wissenschaft stützt sich auf eine Reihe grundlegender Konzepte, wie die Notwendigkeit empirischer Beweise und ein Begutachtungsprozess (z.B. Peer Review). |
| 9. | **Werteorientiertes Denken** | Werteorientiertes Denken beinhaltet Konzepte von Gerechtigkeit, Ausgewogenheit, sozial-ökologischer Integrität und Ethik bei der Anwendung wissenschaftlicher Erkenntnisse. |

In den mathematischen Lehrplänen werden die Begriffe 5 und 8 nur in begrenztem Umfang behandelt.

Die Auflistung der Kompetenzen und Querschnittskonzepte wird als fächerübergreifender Bindungsmechanismus dienen. Die Teilbereiche in den einzelnen Lehrplänen beziehen sich auf diese beiden Aspekte, indem sie in den Lernzielen mit ihnen verknüpft werden.

http://ngss.nsta.org/Professional-Learning.aspx

# 4. Inhalt

## 4.1. Themen

Dieser Abschnitt enthält die Tabellen mit den Lernzielen und den obligatorischen Inhalten für den Vertiefungskurs im Fach Mathematik in S6 und S7 (3 Wocheneinheiten).

## 4.2. Tabellen

**Erläuterungen zu den Tabellen auf den folgenden Seiten**

Die Lernziele sind die Ziele des Lehrplans. Sie werden in der dritten Spalte beschrieben. Dazu gehört das fett hervorgehobene Schlüsselvokabular, das mit den spezifischen mathematischen Kompetenzen in Abschnitt 3.1. dieses Dokuments verknüpft ist. Diese Ziele beziehen sich auf Inhalte und Kompetenzen. Der Pflichtinhalt wird in der zweiten Spalte beschrieben. Die letzte Spalte wird für vorgeschlagene Aktivitäten, Schlüsselkontexte und konkrete Situationen/Alltagsphänomene verwendet. Den Lehrenden steht es frei, diese Vorschläge oder ihre eigenen zu verwenden, sofern das Lernziel und die Kompetenzen erreicht werden. Es ist zu beachten, dass das Wort "Beschränkung" verwendet wird, um sicherzustellen, dass bei der Planung einer Erweiterung die Idee einer horizontalen Erweiterung anstelle einer vertikalen Erweiterung verwendet wird, wie in Abschnitt 2. dieses Dokuments erwähnt wird.

**Verwendung von Symbolen**

Darüber hinaus gibt es sechs verschiedene Symbole, die die in der letzten Spalte angegebenen Bereiche anzeigen:

| | |
|---|---|
|  | Aktivität |
|  | Querschnittskonzepte |
|  | Digitale Kompetenz |
|  | Erweiterung |
|  | Geschichte |
|  | Phänomen |

Jedes dieser Symbole hebt einen anderen Bereich hervor und dient dazu, den Lehrplan leichter lesbar zu machen. Diese Bereiche basieren auf den in Abschnitt 1 dieses Dokuments genannten Schlüsselkompetenzen.

**S6 – Vertiefungskurs im Fach Mathematik (3P)**

| JAHR 6 (AM) | THEMA: GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| Mengenlehre | Beziehungen zwischen Mengen | Die Begriffe von Mengen und Teilmengen (Untermengen) **kennen** und **anwenden**:<br>• Gleichheit von zwei Mengen<br>• Beziehung zwischen Vereinigung und Durchschnitt von Mengen (beide Distributivitätsgesetze und Gesetz von De Morgan)<br>• Potenzmenge (Menge aller möglichen Teilmengen<br>• Produktmenge<br>*Hinweis: Erinnern Sie die Schüler/innen an die Begriffe Obermenge, leere Menge, Komplementärmenge, Vereinigung und Durchschnitt von Mengen* | | Die Beziehung zwischen der Vereinigung und dem Durchschnitt von Mengen mithilfe von Venn-Diagrammen aufstellen. |
| | | **Bestimmen** der Kardinalzahl einer Menge, einschließlich der Potenzmenge für eine endliche Menge | | Vergleichen der Kardinalzahlen von $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ und einem Intervall von $\mathbb{R}$, z.B. $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, und die Idee der abzählbaren Menge entdecken. |
| Bezeich-nungen, Argumenta-tion und Beweisführung | Grundbegriffe der mathematischen Logik | Zwischen Satz und Formel **unterscheiden**<br><br>**Erkennen,** ob ein Satz wahr oder falsch ist<br><br>Die Wahrheitstabelle **bestimmen** von:<br>• der Konjunktion oder der Disjunktion zweier Sätze<br>• einer Implikation und einer | | Untersuchen, was ein Axiom, ein Lemma, ein Theorem und ein Korollar ist. |

| JAHR 6 (AM) | THEMA: GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | Äquivalenz<br>• der Negation eines Satzes und einer Implikation<br>**Verstehen**, dass die Negation einer Implikation keine Implikation ist<br>**Erkennen** einer notwendigen und/oder hinreichenden Bedingung<br>Existenz- und Allquantoren **kennen** und anwenden<br>Die Negation einer Aussage **umsetzen**, die Existenz- und/oder Allquantoren enthält | | |
| | Klassische mathematische Methoden der Beweisführung | Die klassischen mathematischen Methoden der Beweisführung, insbesondere zum Nachweis einer Gleichheit, **einführen**<br>• *"modus ponens"*- und "*modus tollens"*-Schlussfolgerungsregeln<br>• Beweis des Gegenteils<br>• Deduktionssatz<br>• Beweis durch Fallunterscheidung<br>• Beweis durch Widerspruch ("*reductio ad absurdum"*)<br>• Beweis durch vollständige Induktion<br>Ein angemessenes Gegenbeispiel **verwenden** | <br> | • Die axiomatische Methode und das fünfte Postulat von Euklid<br>• Descartes axiomatischer Ansatz in der Philosophie<br>• Die amerikanische Unabhängigkeitserklärung "Wir halten diese Wahrheiten für selbstverständlich..."<br>• Russell'sches Paradoxon (z. B. Verwendung des Beispiels: die Metapher des Katalog-Paradoxons)<br>• Brouwer, der Konstruktivismus und das Gesetz der ausgeschlossenen Mitte: $\hat{\pi}$ ("pi hat")<br>Diskussion von nicht-konstruktiven Beweisen |
| Beziehungen und | Binäre Relationen | Die Begriffe der Binären-, Ordnungs- und Äquivalenzrelationen **kennen** und | | |

| JAHR 6 (AM) | THEMA: GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| Funktionen | | **anwenden**<br><br>Ordnungs- und Äquivalenzbeziehungen **erkennen** | | |
| | Funktionen | • Wertemenge, Bild, Urbild einer Funktion **erkennen**<br><br>• Injektive, surjektive, bijektive Funktionen und Umkehrfunktionen **erkennen** | | Untersuchen, wie sich die Begriffe alle y-Werte, Bild, Wertemenge zueinander verhalten. |
| | | Das Schubfachprinzip (Dirichlet'sches Prinzip) **verstehen** und **anwenden** | | $p_1, p_2, \ldots, p_n$, sind die ersten $n$ positiven ganzen Zahlen, die zufällig angeordnet sind. Wenn gegeben ist, dass $n$ ungerade ist, beweisen, dass $(1 - p_1) \cdot (2 - p_2) \cdot \ldots \cdot (n - p_n)$ eine gerade Zahl ist. |

| JAHR 6 (AM) | THEMA: ARITHMETIK | | |
|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** |
| Euklidische Division und Kongruenzen | Euklidische Division | Die euklidische Division **kennen** (Existenz und Eindeutigkeit des Quotienten und des Rests) | • Den Algorithmus zum Finden der Anzahl der Faktoren einer zusammengesetzten positiven ganzen Zahl entwickeln und ein Programm schreiben, um ihn zu erstellen.<br>• Ein (rekursives) Programm schreiben, das den Quotienten und den Rest einer euklidischen Division nur mit Addition und Subtraktion liefert. |
| | Kongruenzen | Die Bedeutung von Kongruenz modulo $n$ **verstehen**<br>d.h. $a \equiv b[n]$ mit $a, b, n \in \mathbb{Z}$ $(n \geq 2)$<br>**Beweisen** und **wissen**, dass Kongruenz modulo $n$ eine Äquivalenzrelation auf der Menge der ganzen Zahlen ist | |
| | | Die folgenden Kongruenzsätze **beweisen** und **anwenden,** für $a, b, c, d, n \in \mathbb{Z}$ $(n \geq 2)$ und $p \in \mathbb{N}$ (einschließlich 0),<br>wenn $a \equiv b[n]$ und $c \equiv d[n]$, dann:<br>• $a \pm c \equiv b \pm c[n]$<br>• $a \pm c \equiv b \pm d\ [n]$<br>• $a \cdot c \equiv b \cdot d\ [n]$<br>• $a^p \equiv b^p\ [n]$ | • Kongruenzsätze verwenden, um verschiedene bekannte Teilbarkeitskriterien zu demonstrieren (2, 3, 5 und 9).<br>• Kongruenzsätze verwenden, um den Rest einer euklidischen Division zu finden, z. B. $7^{2021}$ geteilt durch $15$.<br>Verschiedene nicht-alltägliche Teilbarkeitskriterien untersuchen (7, 11, 13, 17, 19, ...). |
| Primzahlen | Primzahlen | **Beweisen** und **wissen**, dass die Menge der Primzahlen unendlich ist | • Die Verteilung von Primzahlen untersuchen Sie, z.B. Ulam-Spirale (Primzahlspirale)<br>• Primzahlenzwillinge erforschen. |
| | Primfaktorenzerlegung | Den Satz über die Existenz und die Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung einer ganzen Zahl **kennen** | |

| **JAHR 6 (AM)** | **THEMA: ARITHMETIK** | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | Mit einem technologischen Hilfsmittel die Primfaktorzerlegung einer ganzen Zahl **bestimmen** und folglich auch, ob eine ganze Zahl eine Primzahl ist oder nicht | | |
| | Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches | Den euklidischen Algorithmus zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers (ggT) zweier ganzer Zahlen **beweisen** und **anwenden** | | Ein Programm schreiben, das dem euklidischen Algorithmus entspricht. |
| | | **Bestimmen,** ob zwei ganze Zahlen teilerfremd sind oder nicht | | |
| | | Den größten gemeinsamen Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) von zwei oder mehr ganzen Zahlen mit Hilfe der Primfaktorzerlegung **bestimmen** | | Die folgende Formel beweisen: $ggT(a,b) \cdot kgV(a,b) = \lvert a \cdot b \rvert$ für $a, b \in \mathbb{Z}$ . |
| | Identität von Bézout | Die Identität von Bézout für zwei ganze Zahlen $a$ und $b$ **anwenden**: für $d = ggT(a,b)$, gibt es zwei ganze Zahlen $x$ und $y$ so dass gilt: $a \cdot x + b \cdot y = d$ | | |
| | Satz von Bachet-Bézout's | Den Satz von Bachet-Bézout **anwenden**: zwei Zahlen $a$ und $b$ sind teilerfremd genau dann , wenn es zwei ganze Zahlen $x$ und $y$ gibt, so dass gilt: $a \cdot x + b \cdot y = 1$ | | |
| | Gaußsches Lemma | Das Gaußsche Lemma **anwenden**: für $a, b, c \in \mathbb{Z}$, wenn $a$ und $b$ teilerfremd sind und wenn $a$ das Produkt $b \cdot c$ teilt dann teilt $a$ auch $c$ | | Den Satz von Bachet-Bézout und das Gaußsche Lemma in folgenden Fällen anwenden:<br>• zur Lösung einer linearen diophantischen Gleichung |

| JAHR 6 (AM) | THEMA: ARITHMETIK | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | | | • zum Beweis des chinesischen Restsatzes. |
| | Satz des Euklid | Den Satz von Euklid **anwenden**: Wenn eine Primzahl $p$ ein Produkt $a \cdot b$ teilt, dann werden $a$ oder $b$ von $p$ geteilt | | |
| | Der kleine Satz von Fermat | Den kleinen Satz von Fermat **anwenden**: Für eine Primzahl $p$ und eine ganzen Zahl $a$, teilerfremd zu $p$, gilt: $a^{p-1} \equiv 1[p]$ |  | Anwendung des kleinen Satzes von Fermat auf die RSA-Verschlüsselung (Kryptologie) |
| | | |  | Eine Tabellenkalkulation verwenden, um das Fermat-Euler-Theorem zu entwickeln, anzugeben und zu beweisen und den kleinen Satz von Fermat als Spezialfall zu zeigen. |
| | | |  | • Verschiedene Verschlüsselungsmethoden untersuchen<br>• Den Begriff der wahrscheinlichen Primzahlen untersuchen. |
| | | |  | Geschichte der Kryptologie. |

| JAHR 6 (AM) | THEMA: LINEAR ALGEBRA | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| Vektorräume | Definition eines Vektorraums | Einen Vektorraum **definieren** und zwischen Addition von Vektoren und Skalarmultiplikation **unterscheiden**<br>*Anmerkungen:*<br>• *die Schüler/innen wissen nicht, was eine Gruppe/ein Körper ist. Der Aufbau einer Gruppe soll kurz beschrieben werden*<br>• *die Definition der algebraischen Struktur eines Körpers wird kurz beschrieben und mit einfachen, den Schülern bekannten Beispielen illustriert ($\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$ und übliche Verknüpfungen)*<br>Folgende Eigenschaften **kennen**:<br>• $(-1)\vec{u} = -\vec{u}$<br>• $\lambda\vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda = 0$ oder $\vec{u} = \vec{0}$ | | |
| | Beispiele für Vektorräume | Einige Beispiele aus den Kursen der 4. oder 5. Klasse **kennen**:<br>• Vektorraum der Polynome<br>• stetige Funktionen auf $\mathbb{R}$<br>• die Gerade: Vektorraum der Dimension 1<br>• Die Ebene: Vektorraum der Dimension 2<br>• Der Raum oder alle Polynome vom Grad kleiner oder gleich 2: Vektorräume der Dimension 3<br>• Alle Polynome vom Grad kleiner oder gleich 3: Vektorraum der |  | • Die Zahlenmengen: welche davon ist ein Vektorraum über einem anderen, z.B. ist $\mathbb{R}$ ein $\mathbb{C}$-Vektorraum?<br>• Projektionen von Vektorräumen der Dimension 3 auf 2-dimensionale Räume erforschen. |

| JAHR 6 (AM) | THEMA: LINEAR ALGEBRA | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | Dimension 4<br>• $\mathbb{R}^n$ und $\mathbb{C}^n$ | | Ein technologisches Hilfsmittel verwenden, um die Wirkung der Addition und der Skalarmultiplikation auf Vektoren in $\mathbb{R}^3$ zu visualisieren. |
| | | Linearkombinationen von Vektoren **berechnen** | | |
| | Untervektorräume | Einen Untervektorraum **definieren** | | Untervektorräume von Polynomen mit Grad kleiner oder gleich einer gegebenen natürlichen Zahl untersuchen. |
| | | Hinreichende Bedingungen **angeben**, die eine Menge zu einem Untervektorraum werden lassen | | |
| Dimension eines Vektorraums | Erzeugende Systeme und Basis | Erzeugende Systeme, linear unabhängige und linear abhängige Mengen für einen Vektorraum **untersuchen** | | |
| | | Die Beziehungen von erzeugenden Systemen und linear unabhängigen Mengen **untersuchen** | | Zeigen, dass $\mathbb{C}$ ein zweidimensionaler reeller Vektorraum ist. |
| | | Eine Basis **erkennen** | | Die Funktionenschar $f_a$ gegeben durch $f_a(x) = \|x - a\|$ als Vektoren im reellen Vektorraum der stetigen Funktionen untersuchen. |
| | | Die Dimension eines Vektorraums **definieren** | | |
| | Rang bei Vektormengen | Den Rang bei Vektormengen **bestimmen** | | Einige der vorherigen Beispiele für Vektormengen verwenden und deren Rang berechnen. |
| Grundlegende Konzepte von | $m \times n$ - Matrizen und deren Elemente $(a_{i,j})$ | $m \times n$ Matrizen und deren Elemente $(a_{i,j})$ **definieren,** einschließlich | | |

| JAHR 6 (AM) | THEMA: LINEAR ALGEBRA | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| Matrizen | | quadratische Matrizen, Dreiecks- und Diagonalmatrizen | | |
| | | Regeln für die Addition zweier $m \times n$ - Matrizen und Multiplikation einer $m \times n$ - Matrix mit einer reellen Zahl (Skalarmultiplikation) | | |
| | Die Menge der Matrizen als Vektorraum | **Beweisen**, dass die Menge der $m \times n$ - Matrizen, mit der Addition der Matrizen und der Skalarmultiplikation, ein Vektorraum ist | | |
| | | Eine Basis für die Menge der $m \times n$ - Matrizen **finden** | | |
| | | Die Existenz von Basen mit Dreiecks- oder Diagonalmatrizen für $2 \times 2$ oder $3 \times 3$ quadratische Matrizen **untersuchen** | | |
| | Rang einer Matrix | Den Rang einer Matrix **definieren** | | |
| | | Den Rang einer Matrix mit $m \leq 3$ und $n \leq 3$ **berechnen** |  | Ein technologisches Hilfsmittel zur Berechnung des Rangs einer $m \times n$ Matrix verwenden, für einige Beispiele mit $m > 3$ oder $n > 3$. |
| | Transponierte Matrix | **Veranschaulichen**, dass der Rang einer Matrix gleich dem Rang ihrer transponierten Matrix ist | | |
| Operationen auf Matrizen | Produkt von Matrizen | Die Regel für die Multiplikation von Matrizen **kennen** |  | Anhand von Matrizen und für eine kleine Anzahl von Seiten den Pagerank-Algorithmus beschreiben. |
| | | Die Kommutativität und Assoziativität der Multiplikation von Matrizen **diskutieren**, ggf. unter Verwendung eines technischen Hilfsmittels |  | • Für eine gegebene Matrix $A$ , alle Matrizen $X$ finden, die mit $A$ kommutieren, d.h.: $AX = XA$<br>• Wenn $A$ und $B$ zwei quadratischen Matrizen sind, beweisen, dass wenn $AB = A + B$, dann |

| **JAHR 6 (AM)** | **THEMA: LINEAR ALGEBRA** | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | | | kommutieren $A$ und $B$. |
| | Blockmatrizen | Bedingungen für die Dimensionen der Submatrizen **diskutieren**, so dass, wenn $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ und $N = \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix}$, dann $M \times N = \begin{pmatrix} AA' + BC' & AB' + BD' \\ CA' + DC' & CB' + DD' \end{pmatrix}$ | | |
| | Quadratische Matrizen | Einige übliche Gleichungssysteme mit quadratischen Matrizen **interpretieren** |  | Das Problem, eine Parabelgleichung aufzustellen in eine Matrixrechnung umwandeln. |
| | | Potenzen von quadratischen Matrizen **berechnen** | | |
| | Inverse einer quadratischen Matrix | Das Inverse einer quadratischen Matrix **definieren** |  | Eine Fibonacci-Folge als Matrixproblem schreiben und das allgemeine Glied der Folge ableiten. |
| | | Die Inverse einer quadratischen Matrix für einige spezifische Matrizen **bestimmen** |  | • Die Inverse einer Blockmatrix $M = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix}$ aus dem Produkt von Blockmatrizen ableiten.<br>• Die Inverse von $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ durch Quadrieren ermitteln.<br>• Die Inverse von $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ durch Quadrieren ermitteln.<br>• Den Begriff der invertierbaren Matrizen auf die Hill-Chiffre anwenden |
| Systeme von Gleichungen: Gauß- | Äquivalente Gleichungssysteme | Systeme durch die Pivot-Gauß-Methode **untersuchen** (Austausch von zwei Zeilen, Multiplikation einer | | |

| JAHR 6 (AM) | THEMA: LINEAR ALGEBRA | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| Elimination | | Zeile mit einer von null verschiedenen Zahl, Addition eines Vielfachen einer Zeile zu einer anderen Zeile) | | |
| | Kompatible, inkompatible, bestimmte und unbestimmte Gleichungssysteme | Ein gegebenes Gleichungssystem in eine äquivalente Dreiecksform **umwandeln** | | |
| | | Aus einer konkreten Problemstellung ein Gleichungssystem **bilden**, dieses System lösen und die erhaltene Lösung interpretieren | | |
| | | Ein technologisches Hilfsmittel **verwenden**, um Systeme mit mehr als 3 Gleichungen und 3 Variablen zu lösen | | |
| | | Operationen der Pivot-Gauß-Methode in Form von Matrizen **interpretieren** |  | Das Multiplizieren mit Permutationsmatrizen (links und rechts) üben. |

| **JAHR 6 (AM)** | **THEMA: ANALYSIS** | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| Klassische Theoreme | Ableitung der Umkehrfunktion | Die Formel für die Ableitung der Umkehrfunktion **kennen** und **beweisen**, d.h. $(f^{-1})' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}$<br>Die Formel der Ableitung für die Umkehrfunktionen der kreistrigonometrischen Funktionen **ableiten** | | |
| | Zwischenwertsatz | Den Zwischenwertsatz **anwenden**: Gegeben ist eine stetige Funktion $f$ auf einem Intervall $I = [a; b]$ , wenn $u$ eine Zahl zwischen $f(a)$ und $f(b)$ ist, dann gibt es mindestens einen Wert $c \in ]a; b[$, so dass $f(c) = u$ | | |
| | Satz von Rolle | Den Satz von Rolle **anwenden** und **interpretieren**: Wenn eine Funktion $f$ auf einem geschlossenen Intervall $[a; b]$ stetig ist und differenzierbar auf dem offenen Intervall $]a; b[$ mit $f(a) = f(b)$ ist, dann gibt es mindestens einen Wert $c \in ]a; b[$, so dass $f'(c) = 0$ | | |
| | Mittelwertsatz | Den Mittelwertsatz **anwenden** und geometrisch **interpretieren**: Wenn eine Funktion $f$ auf dem geschlossenen Intervall $[a; b]$ stetig ist und differenzierbar auf dem offenen Intervall $]a; b[$ ist, dann gibt es mindestens einen Wert $c \in ]a; b[$, so dass $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ |  | Ein vierbeiniger Tisch auf einem unebenen Boden, kann so verschoben werden, dass er perfekt stabil ist. |

| JAHR 6 (AM) | THEMA: ANALYSIS | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | Die Ungleichung des Mittelwertsatzes und dessen Korollare geometrisch **anwenden** und **interpretieren**:<br>Gegeben ist eine Funktion $f$, stetig auf dem geschlossenen Intervall $[a; b]$ und differenzierbar auf dem offenen Intervall $]a; b[$:<br>• wenn es zwei Werte $m$ und $M$ gibt so dass für alle $x \in ]a; b[$, wenn $m \leq f'(x) \leq M$, dann gilt: $m \leq \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leq M$<br>• wenn es einen Wert $M$ gibt so dass für alle $x \in ]a; b[$, $\lvert f'(x) \rvert \leq M$, dann gilt $\left\lvert \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \right\rvert \leq M$<br>• wenn es einen Wert $M$ gibt so dass, dass für alle $x \in ]a; b[$, wenn $\lvert f'(x) \rvert \leq M$, dann gilt für alle $x, y \in [a; b]$, $\lvert f(y) - f(x) \rvert \leq M \lvert y - x \rvert$ | | |
| | Lipschitz-stetige Funktion | Eine Lipschitz-stetige Funktion **definieren**<br><br>**Bestimmen** eines Fixpunktes einer differenzierbaren Lipschitz-stetigen Funktion<br><br>Eine Folge **darstellen**, die zu einem Fixpunkt einer differenzierbaren Lipschitz-stetigen Funktion tendiert |  | Ein Programm schreiben, mit dem Ziel einen Näherungswert mit einer gegebenen Anzahl von Stellen für einen Fixpunkt einer differenzierbaren Lipschitz-Funktion zu bestimmen. |

| **JAHR 7 (AM)** | **THEMA: LINEAR ALGEBRA** | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| Endlich-dimensionale Vektorräume und lineare Transformationen | Lineare Transformationen und Vektorräume | Eine lineare Transformation **definieren**<br><br>Das Bild und das Urbild eines Unterraums durch eine lineare Transformation **untersuchen**<br><br>Zwei spezifische Unterräume **erkennen**: Kern und Bild einer linearen Transformation | | Beweisen, dass die Menge der linearen Transformationen zwischen zwei Vektorräumen ein Vektorraum ist. |
| | Isomorphismus | Bedingungen für den Kern und das Bild **bestimmen**, damit die lineare Transformation injektiv, surjektiv oder bijektiv ist | | Den Isomorphismus zwischen einem $n$-dimensionalen Vektorraum und $\mathbb{R}^n$ oder $\mathbb{C}^n$ beschreiben. |
| | Lineare Transformationen und Matrizen | Die Matrix einer linearen Transformation $f : E \to F$ zwischen Vektorräumen endlicher Dimension erstellen, wenn eine Basis von $E$ und eine Basis von $F$ gegeben sind | | Die Dimension von $\mathcal{L}(E, F)$ aus der Dimension von $M_{n,p}(K)$ herleiten. |
| | | Die Auswirkung einer Änderung der Basis für $E$ und für $F$<br>• auf die Elemente der Matrix<br>• auf den Rang der Matrix **untersuchen**<br><br>Die Summe und das Produkt von Matrizen als Operationen auf linearen Transformationen **interpretieren** | | Untersuchen Sie die Differenzierung als eine lineare Transformation zwischen Unterräumen von Polynomen der Dimension kleiner oder gleich $n$ |
| Determinan- | Determinanten und | Die Determinanten 2. und 3. Ordnung durch die Produkte der Diagonalen | | |

| JAHR 7 (AM) | THEMA: LINEAR ALGEBRA | | |
|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** |
| ten | Matrizen | (Sarrus-Regel) **berechnen**<br><br>**Verstehen**, dass es sich um einen Algorithmus handelt, der sich aus dem Lösungsverfahren linearer Gleichungssysteme mit $2$ Gleichungen in $2$ Variablen und $3$ Gleichungen in $3$ Variablen ableiten lässt | |
| | Untermatrizen, Minoren und Kofaktoren | Die Determinante einer $3 \times 3$ Matrix unter Verwendung von Kofaktoren, Minoren und Untermatrizen **berechnen** | Eine Determinante der Ordnung $n \geq 4$ mit einem technologischen Hilfsmittel **berechnen.** |
| | | **Wissen**, dass die Determinante einer quadratischen Matrix gleich der Summe der Produkte ist, die man durch Multiplikation der Elemente einer beliebigen Zeile (Spalte) mit ihren jeweiligen Kofaktoren erhält | Einige Fälle herleiten, in denen die Determinante gleich Null ist:<br>• Zeile / Spalte enthält ausschließlich Nullen<br>• mindestens zwei identische Spalten / Zeilen<br>• eine Zeile (oder Spalte) ist ein Vielfaches einer anderen. |
| | | Die folgenden Eigenschaften auf die Berechnung einer Determinante der Ordnung $n$ **anwenden** (zur Vereinfachung erfolgt die Darstellung für die Ordnung $3$):<br>• $Det(C1, C2, C3) = -Det(C2, C1, C3)$<br>• $Det(rC1, C2, C3) = rDet(C1, C2, C3)$<br>• $Det(C'1 + C''1, C2, C3) = Det(C'1, C2, C3) + Det(C''1, C2, C3)$ | Berechnen der Determinante einer Vandermonde-Matrix. |

| JAHR 7 (AM) | THEMA: LINEAR ALGEBRA | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | • $Det(C1 + rC2 + sC3, C2, C3) = Det(C1, C2, C3)$<br>• $Det(M \times N) = Det(M) \times Det(N)$ für zwei $n \times n$ quadratische Matrizen | | |
| | Anwendung auf den Rang einer Matrix | Den Rang einer Matrix mit Hilfe der Determinanten von Untermatrizen **bestimmen**<br><br>Die Determinanten **verwenden**, um die lineare Abhängigkeit oder Unabhängigkeit von Matrixzeilen oder -spalten zu überprüfen | | |
| Inverse einer regulären quadratischen Matrix | | **Prüfen**, ob eine gegebene Matrix regulär ist oder nicht<br><br>Die Inverse einer quadratischen Matrix mit Hilfe der Adjunkten der Matrix und der Determinante **bestimmen**<br><br>Lineare Gleichungssysteme **lösen**, indem man sie in Matrixform schreibt und die inverse Matrix anwendet |  | Begründen, dass alle regulären quadratischen Matrizen der Ordnung $2$ eine nicht-kommutative multiplikative Gruppe bilden. |
| Gleichungs-systeme | | Den allgemeinen Satz zur Lösung von Systemen linearer $m \times n$ Gleichungen **kennen** (Rouché-Fröbenius-Satz)<br><br>Die Cramersche Regel auf die Lösung und Erörterung von linearen Gleichungssystemen vom Typ $n \times n$ **anwenden** |  | Lineare Gleichungssysteme vom Typ $n \times n$ mit Hilfe der Cramerschen Regel lösen. |
| | | Den Satz von Rouché-Fröbenius und die Cramersche Regel auf die Lösung | | |

| JAHR 7 (AM) | THEMA: LINEAR ALGEBRA | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | und Erörterung von linearen Gleichungssystemen mit einem oder mehreren Parametern **anwenden**<br>Homogene Gleichungssysteme **lösen**<br>*Einschränkung: alle Übungen ohne technologisches Hilfsmittel sollen sich auf Fälle von einfachen Gleichungssystemen mit 2 oder 3 Gleichungen mit je 2 oder 3 Variablen beschränken* | | |

| JAHR 7 (AM) | THEMA: ANALYSIS | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| Taylor- und Maclaurin-Formeln | Die $n$-te Ableitung | Die $n$-te Ableitung einer $n$-fach differenzierbaren Funktion **berechnen** | | |
| | Endliche Entwicklungen einer Funktion | Den Begriff der endlichen Entwicklung $n$-ten Grades einer Funktion in der Umgebung eines Wertes **verstehen** |  | Folgendes untersuchen:<br>• Endliche Entwicklungen von Polynomen<br>• Endliche Entwicklungen ersten und zweiten Grades und diese graphisch interpretieren. |
| | | |  | Mit einem technologischen Hilfsmittel die zunehmende Relevanz der endlichen Entwicklung der Sinusfunktion bzw. der Kosinusfunktion mit zunehmendem Grad der endlichen Entwicklung untersuchen und eine Charakteristik im Sinne der Funktionsparität aufzeigen. |
| | Taylor- und Maclaurin-Formeln | Die Taylor- und Maclaurin-Formeln der Ordnung $n$ mit Lagrange-Rest auf eine $(n+1)$-fach differenzierbare Funktion **anwenden**, um einen Näherungswert der Funktion an einer Stelle und den entsprechen Fehlers abschätzen<br><br>Für die folgenden Funktionen ihre Maclaurin-Polynome der Ordnung $n$ mit der Peano-Form des Rests **bestimmen**:<br>• $x \mapsto \frac{1}{1 \pm x}$<br>• $x \mapsto \ln(1 \pm x)$<br>• $x \mapsto (1 \pm x)^n,\ n \in \left\{\frac{1}{2}, 2,3,4, \ldots\right\}$<br>• $x \mapsto e^x$<br>• $x \mapsto \cos{(x)}$<br>• $x \mapsto \sin{(x)}$ | | |

| JAHR 7 (AM) | THEMA: ANALYSIS | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | Maclaurin-Polynome der Ordnung $n$ von Funktionen **bestimmen**, die sich durch Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Mischung, und/oder Integration aus den zuvor genannten Funktionen ergeben<br>*Einschränkung: Die Bestimmung von Maclaurin-Polynomen der Ordnung $n$ von Funktionen, die durch Division oder Integration erhalten werden, ist nicht obligatorisch* | | • Folgende Erweiterungen anwenden:<br>○ Finden einer Annäherung einer Funktion in der Umgebung eines Punktes durch ein Polynom mindestens zweiten Grades<br>○ Grenzwerte einschließlich des asymptotischen Verhaltens einer Funktion bestimmen<br>○ die relative Lage des Graphen einer Funktion in Bezug auf eine ihrer Tangenten bestimmen.<br>• Untersuchen, ob es möglich ist, die Maclaurin-Polynome der Ordnung $n$ von Funktionen durch Ableitung zu erhalten. |
| Integrations-techniken | Umkehrfunktionen | Integrale **berechnen** basierend auf den Stammfunktionen der Arkusfunktionen Arkussinus, Arkuskosinus und Arkustangens | | |
| | Polynomdivision | Integrale des Typs $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ **berechnen,** wobei $P$ und $Q$ Polynomfunktionen sind, einschließlich unechter Integrale<br>*Einschränkung: Man betrachte nur Fälle wo $Q$ :*<br>• *eine oder mehrere einfache Nullstellen besitzt*<br>• *eine einzige Mehrfach-Nullstelle besitzt*<br>• *gegeben ist durch $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ mit $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c < 0$* | | |
| | Verwendung von Rekursionsformeln | Integrale durch Rekursion **berechnen**: für $m, n \in \mathbb{N}$ (einschließlich $0$): | | Weitere Integrale mit Rekursionsformeln berechnen,<br>z. B. für $m, n \in \mathbb{N}_0$ (einschließlich $0$): |

| JAHR 7 (AM) | THEMA: ANALYSIS | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Teilbereich** | **Inhalt** | **Lernziele** | **Wichtige Kontexte, Phänomene und Aktivitäten** | |
| | | • $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \cdot \sin x \, dx$<br>• $\int_0^{+\infty} x^n \cdot e^{-x} dx$ | | • $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^m x \cdot \sin^n x \, dx$<br>• $\int_1^e (\ln x)^n dx.$ |
| Differential-gleichungen | Differentialgleichungen | Den Begriff der Differentialgleichung **kennen**, homogen oder nicht homogen<br><br>**Wissen**, dass alle Lösungen einer linearen Differentialgleichung gefunden werden, indem zu einer bestimmten Lösung eine beliebige Lösung der zugehörigen homogenen Gleichung addiert wird | | Untersuchen ob die Lösungen einer (nicht) homogenen Differentialgleichung einen Vektorraum definieren oder nicht. |
| | Homogene lineare Differentialgleichung erster und zweiter Ordnung | Eine homogene lineare Differentialgleichung erster und zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten **lösen**, einschließlich der Fälle mit Berücksichtigung der Anfangsbedingungen | | Gleichungen lösen, die mit realen Situationen verbunden sind, z. B:<br>• Geldbetrag auf einem Sparkonto, der jährlich verzinst wird<br>• wachsende Bevölkerung mit gegebener Wachstumsrate<br>• Abklingen eines radioaktiven Stoffes<br>• Temperatur eines Metallstabes<br>• Fallgeschwindigkeit einer fallenden Masse<br><br>Lineare Differentialgleichungen erster und/oder zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten untersuchen, einschließlich der Fälle in Bezug auf Anfangsbedingungen.<br>*Hinweis: In diesem Fall muss die Form der jeweiligen Lösung angegeben werden.*<br><br>Den Prozess des Lösens von Differentialgleichungen mit einem technischen Hilfsmittel untersuchen. |

## S7 – Vertiefungskurs Mathematik (3P) - OPTIONALE THEMEN

**WICHTIGER HINWEIS:**

Im Gegensatz zum vorangehenden Pflichtteil des Programms gibt die Beschreibung der einzelnen Wahlthemen nur einen allgemeinen Überblick über den Inhalt. Kleine Anpassungen des Inhalts, die mit spezifischen Programmen oder Anforderungen der nationalen Universitäten in verschiedenen Ländern der Europäischen Union verbunden sind, bleiben möglich. Es liegt in der Verantwortung des/der Lehrers/Lehrerin, die notwendigen Änderungen vorzunehmen.

Um die Lesbarkeit und Vergleichbarkeit dieses Teils des Programms zu gewährleisten, müssen die für diesen Kurs verantwortlichen Lehrer/innen jedoch ein genaues Protokoll über die Anpassungen der gewählten Optionen führen. Diese Notiz wird den mündlichen Prüfungsfragen beigefügt, die an den für Mathematik an den Europäischen Schulen zuständigen Inspektor weitergeleitet werden. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass alle diese Informationen (Angabe des Lehrstoffs und der mündlichen Prüfung) den für die mündlichen Prüfungen ernannten externen Prüfern zur Verfügung stehen.

### 1. Algebraische Strukturen

- Gesetz einer inneren Verknüpfung, Assoziativität, neutrales Element, invertierbares Element, inverses Element
- Gruppe, abelsche Gruppe, Untergruppe einschließlich ihrer Charakterisierung
- Ring, Unterring einschließlich seiner Charakterisierung
- Körper
- Verschiedene Beispiele für endliche oder unendliche Gruppen, Untergruppen, Ringe, Unterringe und Körper (einschließlich $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$)
- Gruppen- oder Ringhomomorphismen, Endomorphismen, Isomorphismen und Automorphismen

### 2. Algorithmen und Programmierung

- Grundlegende Algorithmen
- Lokale und globale Variablen
- Begriff der Funktion und des Programms
- Verwaltung der Ein- und Ausgänge
- Kontrollanweisungen:
  - bedingte Anweisungen ("wenn ... dann ..." "wiederhole ... bis dass ..." "solange bis ...")
  - Anweisungen in Schleifen ("für ... von ... bis ...")
- Kompilieren eines Programms
- Anwendungen auf die Realisierung verschiedener Programme (Analysis, Numerische Analysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Statistik, Geometrie, ... )

### 3. Anwendungen der Integration

- Berechnung des Mittelwerts der Quadratwurzel einer Zeitfunktion
- Ermittlung des Schwerpunkts einer ebenen Oberfläche, eines festen Körpers oder einer Fläche, welche ein symmetrisches Element enthalten

- Berechnung des Trägheitsmomentes einer ebenen Oberfläche, eines festen Körpers oder einer Fläche, welche ein symmetrisches Element enthalten
- Berechnung der Länge eines Kurvenbogens und des Inhalts der Oberfläche eines Rotationskörpers
- Integration in Polarkoordinaten

## 4. Künstliche Intelligenz und maschinelles Lernen

- Klassifikations- und Regressionsprobleme
- Entscheidungsbäume
- Naiver Bayes-Klassifikator, Beispiele: Spam-Filterung und Stimmungsanalyse
- k-nächster-Nachbarn- Algorithmus für Klassifizierung und Regression
- Künstliches Neuron: Eingang, Ausgang, Gewichte, Schnellwert (Bias) und verschiedene Aktivierungsfunktionen
- Künstliche neuronale Netze mit mindestens drei Schichten
- Künstliche neuronale Netze als universelle Funktionsapproximatoren
- Verschiedene Verlustfunktionen für künstliche neuronale Netze
- Gradientenabstieg zur Aktualisierung der Gewichte
- Probleme: Überanpassung (Overfitting), Fluch der Dimensionalität

## 5. Baryzentrisches Kalkül und affine Geometrie

- Baryzentrischer Kalkül
- Untersuchung der Funktionen $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ und $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot \left\|\overrightarrow{MA_i}\right\|^2$
- Affine Abbildungen
- Spezielle Fälle:
  - Isometrie
  - Verschiebung
  - Streckung
  - Spiegelung
  - Affinität (einschließlich orthogonale Affinität)

## 6. Klassische Geometrie

- Studium der Konfigurationen, Parallelität, Orthogonalität
- Konstruktionsprobleme
- Minimalwegprobleme
- Anwendung von Transformationen
- Änderung der Bezugspunkte: Translation, Rotation eines orthonormierten Bezugspunktes

## 7. Konfidenzintervalle, Hypothesentests und Chi-Quadrat-Test

- Erwartungsgetreue Schätzungen des Mittelwerts $\mu$ und der Varianz $\sigma^2$ eines quantitaven Merkmals einer Population
- Verteilung des Stichprobenmittelwertes $\overline{X}$, einer Zufallsvariablen $X$, wenn $X$ normal- und nicht-normalverteilt ist (Satz vom „zentralen Grenzwert“)

- Konfidenzintervalle des Mittelwertes $\mu$ einer Population, die normalverteilt ist oder nicht, mit bekannter Varianz und unbekannter Varianz (Stichprobe von großem Umfang)
- Testen von Hypothesen für den Parameter $p$ einer Binomialverteilung (Stichprobe von kleinem Umfang) oder dem Parameter $\lambda$ einer Poisson-Verteilung
- Testen von Hypothesen für den Mittelwert $\mu$ , einer Population, die normalverteilt ist oder nicht, mit bekannter Varianz und unbekannter Varianz (Stichprobe von großem Umfang)
- Aufstellen einer Nullhypothese und Wahl einer ein- oder zweiseitigen Alternativhypothese, Angabe eines kritischen Wertes (Signifikanzniveau)
- Ablehnung oder Annahme der Nullhypothese aufgrund des Testergebnisses
- Berechnen der Fehler vom Typ 1 und Typ 2
- Chi2-Test (chi-Quadrat oder $\chi^2$) um folgendes zu überprüfen:
    - die Unabhängigkeit der beiden Zufallsvariablen
    - eine Anpassung durch eine bekannte Verteilung (Binomial-, Poisson- oder Normalverteilung)

## 8. Kegelschnitte

- Definition durch Brennpunkte, Exzentrizität
- Gleichung in kartesianischen Koordinaten und reduzierte Gleichung
- Parabel, Kreis, Ellipse, Hyperbel und entartete Kegelschnitte
- Bestimmung eines Kegelschnitts aus einer Gleichung der Form

$$A \cdot x^2 + B \cdot x \cdot y + C \cdot y^2 + 2 \cdot D \cdot x + 2 \cdot E \cdot y + F = 0$$

## 9. Darstellende Geometrie

- Punkt, Gerade, Ebene
- Wechsel der Projektionsebene
- Schnitt von Geraden und Ebenen
- Orthogonalität von Geraden und Ebenen
- Geometrische Probleme im Raum

## 10. Kinematischer Punkt in der Ebene

- Bezugssystem, Bewegung eines Punktes
- Flugbahn, Geschwindigkeitsvektor, Beschleunigungsvektor
- Zusammensetzung von Geschwindigkeiten, von Beschleunigungen

## 11. Graphentheorie

- Definition
- Ungerichtete und gerichtete Graphen
- Gewichtete Graphen
- Nachbachschaftsmatrizen (Adjazenzmatrizen)
- Eulersche Graphen
- Hamiltonkreise

- Spannbäume
- Dijkstra-Algorithmus
- Markov-Ketten und Graphen

**12. Isometrien des affinen 3D-euklidischen Raums**

- Verbindung zwischen Vektorisometrien und affinen Isometrien
- Untersuchung und Klassifizierung von Isometrien

**13. Linear- und Multilinearformen**

- Dualer Vektorraum
- Kovariante Vektoren
- Duale Basis
- Linearformen bezüglich verschiedener Basen
- Geraden und Ebenen im 3-dimensionalen Raum
- Multilinearformen
- Symmetrische Multilinearformen, alternierende Formen: 2- und 3-dimensionale Determinanten
- Determinante eines Endomorphismus‘
- Auswirkungen eines Basiswechsels
- Lineare Unabhängigkeit

**14. Mechanik**

- Beschleunigung
- Newtonsches Gesetze einschließlich des Newtonschen Wechselwirkungsgesetzes
- Vektoren
- Drehmoment
- Impuls und Dynamik
- Reibungskoeffizient
- Wurfbewegungen
- Arbeit, Energie, Leistung
- Massenmittelpunkt
- Umkippen eines Objektes.
- Federn
- einfache harmonische Bewegung
- Kreisbewegung
- Kreisbewegung in einer vertikalen Ebene

**15. Nichtlineare dynamische Systeme**

- Einfluss der Anfangsbedingungen
- Feigenbaum-Kurve und Mandelbrot-Menge
- Attraktoren
- Newtonsche Iterationsverfahren

**16. Parametrische Gleichungen und Polarkoordinaten**

- Parametrische Gleichungen und Polarkoordinaten: Definition, Definitionsmenge, Wertemenge, Symmetrie, Asymptoten, Ableitung, Tangenten, zweite Ableitung, Richtung in die die ebene Kurve bei steigendem Parameter verläuft, Graph einer Kurve, Fläche, Bogenlänge und Oberflächenbereich
- Die Parameterform in eine kartesische Gleichung umwandeln und umgekehrt
- Umformen einer polaren Gleichung in rechtwinklige Koordinaten
- Gerade, Kreis, Ellipse, Zykloide und andere parametrische Kurven
- Kreis, Kardioide, Zissoide, Konchoide, Achtkurve, Schnecke, logarithmische Spirale, Rosette und andere Polarkurven

**17. Partielle Ableitung**

- Funktionen in zwei Variablen
- partielle Ableitungen erster Ordnung
- Geometrische Interpretation
- partielle Ableitungen höherer Ordnung
- Eulers erster Satz für homogene Funktionen
- Differenziale
- Ableitung von zusammengesetzten Funktionen
- Richtungsableitungen - Maxima, Minima, Sattelpunkte

**18. Ebene Querschnitte von Oberflächen**

- Funktionen in zwei Variablen
- Querschnitt einer Oberfläche durch eine Ebene
- Querschnitt eines Zylinders
- Querschnittpunkt eines Kegels
- Querschnitte von Oberflächen, die durch Gleichung der Form $z = x^2 + y^2$ und $z = x \cdot y$ gegeben sind

**19. Polynome**

- Vektorraum und Polynomring
- Polynomdivision mit abnehmenden Potenzen: Eindeutigkeit von Quotient und Rest
- ggT von zwei Polynomen
- Nullstellen von Polynomen
- Polynome in mehreren Veränderlichen

**20. Darstellung von Zahlen und binäre Arithmetik**

- Binärdarstellung von positive ganzen Zahlen, einschließlich binärer Addition und binärer Multiplikation
- Oktale und hexadezimale Darstellung, Bits, Bytes (Oktette) und Worte einschließlich Konvertierungen
- Darstellung der positiven und negativen Zahlen

- Vorzeichenbetragsmethode
    - Binäre ganze Zahlen mit Vorzeichen (2-Komplement)
    - Binäre positive Brüche
    - Binäre Brüche mit Vorzeihen
    - Festkommazahlendarstellung (2er-Komplement)
    - Gleitkommazahlendarstellung (2er-Komplement)
    - Bereich der Gleitkomma-Darstellung
    - Standardisierung von Gleitkommazahlen
    - Rundungsmodi
- Arithmetische Operationen im Gleitkomma-Modus, einschließlich Addition und Subtraktion, Multiplikation und Division
- Genauigkeitsprobleme, einschließlich Maschinenpräzision und Minimierung des Einflusses des Genauigkeitsproblems

## 21. Zahlenreihen

- Definition, allgemeines Glied einer Reihe, $n$-te Partialsumme (man beschränke sich auf die reellen Zahlenreihen)
- Minorante oder Majorante einer Zahlenreihe
- Konvergenz und Divergenz einer Zahlenreihe
- Reihe mit positiven Gliedern, Reihe mit negativen Gliedern, alternierende Reihe
- Notwendige Bedingung der Konvergenz einer Reihe: wenn die Reihe $\sum u_n$ konvergiert, dann konvergiert die Folge $(u_n)$ gegen Null (der Umkehrschluss ist falsch)
- Einige klassische Zahlenreihen:
    - die geometrische Reihe $\sum a^n$ mit $a \in \mathbb{R}$
    - die harmonische Reihe $\sum \frac{1}{n}$
    - die alternierende harmonische Reihe $\sum \frac{(-1)^n}{n}$
    - die Riemann-Reihe $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ mit $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}$
- Konvergenzkriterien für Zahlenreihen:
    - Konvergenzkriterien für geometrische Reihen
    - Vergleichskriterien für Reihen mit positiven Gliedern
    - Konvergenzkriterium für alternierende Reihen (Leibnizsche Regel): wenn $(u_n)$ eine alternierende Folge ist, so dass $(|u_n|)$ eine abnehmende Folge und $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$ ist, dann ist die Reihe $\sum u_n$ konvergent.
    - Konvergenzkriterium für Riemann-Reihen: wenn $\alpha > 1$ dann konvergiert die Reihe mit dem allgemeinen Glied $\frac{1}{n^\alpha}$ und wenn $\alpha \leq 1$ , dann divergiert sie
    - Konvergenzkriterium von d'Alembert: wenn $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = l$ dann gilt für eine Reihe mit dem allgemeinen Glied $(u_n)$, dass sie für $l < 1$ konvergiert, für $l > 1$ divergiert und sich unbestimmt verhält für $l = 1$
- Absolut konvergente Reihen und halbkonvergente Reihen

## 22. Ähnlichkeiten und Isometrien

- Geometrische Interpretation von Operationen auf komplexen Zahlen

- Funktionen $f$ und $g$ gegeben durch $f(z) = a \cdot z + b$ und $g(z) = a \cdot \bar{z} + b$ studieren
- Direkte und indirekte Ähnlichkeiten
- Direkte und indirekte Isometrien

**23. Simplex-Algorithmus**

- Formulierung eines linearen Programmierproblems: lineare Zielfunktion, Nebenbedingungen
- Künstliche Variablen: Eingangs- und Ausgangsvariablen
- Formulierung eines Problems mithilfe von Matrizen
- Basisvariablen und Nichtbasisvariablen
- Zulässige Lösungen und Primallösung zu einer Basis
- Simplex-Algorithmus: Pivotmethode
- Optimale Lösung
- Sonderfälle
- Zwei-Phasen-Methode

**24. Spezielle Relativitätstheorie (in zwei Dimensionen)**

- Bewertung von Diagrammen, die aus der Kinematik bekannt sind (Zeit-Weg-Diagramme)
- Invarianz der Zeit: Gruppe der Gallilei-Transformationen $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ bezüglich der Multiplikation
- Addition der Geschwindigkeiten: $w = u + v$
- Isomorphismen von $(G, x)$ und von $(R, +)$
- Natürliche Einheit ($c = 1$)
- Invarianz der Lichtgeschwindigkeit: Gruppe der Lorentz-Transformationen $\beta \begin{pmatrix} 1 & u \\ u & 1 \end{pmatrix}$ mit $\beta = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$ für die Multiplikation
- Addition der Geschwindigkeiten $w = \frac{u+v}{1+u \cdot v}$
- Bedingungen $\|\vec{u}\| < 1$ und $\|\vec{w}\| > 1$
- Tachyonen – Anomalie , Dilatation, Dopplereffekt

**25. Grundbegriffe der Topologie**

- Intuitive Topologie (Punkte, Bögen, Flächen)
- Übergang von der intuitiven zur strukturierten Topologie
- Topologische Räume (Modelle: Topologie von Kreisscheiben, von Quadern, von Kugeln)
- Hausdorffsche-Räume
- Homeomorphismen

**26. Trigonometrische und hyperbolische Funktionen**

- Umgekehrte trigonometrische Funktionen (Arkussinus, Arkuskosinus und Arkustangens) und hyperbolische Funktionen (Sinus hyperbolicus, Kosinus hyperbolicus und Tangens hyperbolicus): Definitionsmenge, Wertemenge, Grenzwerte, ob sie ungerade oder gerade sind, Bereich, für den sie differenzierbar sind, Ableitungen, wo sie zunehmen/abnehmen, Graphen

- Funktionsscharen mit trigonometrischen oder hyperbolischen Funktionen
- Übliche trigonometrische und hyperbolische Formeln und Umformungen:
  - für cosh, sinh und tanh: Beziehung zwischen den Quadraten, Summen-/Differenz-Identitäten, Doppelwinkel-Identitäten, Produkt-Identitäten, Summe-zu-Produkt-Identitäten, t-Formel, ... (alle trigonometrischen Formeln können abgerufen oder mit komplexen Zahlen abgeleitet werden)
  - Linearisierung eines Ausdrucks mit trigonometrischen oder hyperbolischen Funktionen
  - Folgende Beziehungen ausdrücken:
    - $\cos(nx)$ und $\sin(nx)$ als eine Potenz von $\cos x$ und $\sin x$
    - $\cosh(nx)$ und $\sinh(nx)$ als eine Potenz von $\cosh x$ und $\sinh x$
- Gleichungen, die mit Hilfe dieser Formeln oder Umformungen gelöst werden

## 27. Vektorwertige Funktionen

- Funktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}^2$ (oder $\mathbb{C}$) oder $\mathbb{R}^3$
- Ableitungen:
  - einer vektorwertigen Funktion
  - eines Produkts aus einer reellen und einer vektoriellen Funktion
  - eines Skalarprodukts
  - eines Vektorprodukts
- Konstruktion von ebenen Kurven

## 28. Vektorielle Isometrien im 3-dimensionalen Raum

- Isometrie und assoziierte Matrix
- Orthogonale Gruppe: Norm, Skalarprodukt und Basen
- Eigenwerte und Eigenvektoren
- Vektorielle Verknüpfung von Isometrien
- Klassifizierung vektorieller Isometrien

## 5. Bewertung

Für jedes Niveau gibt es Leistungsdeskriptoren, die in der folgenden Tabelle angeführt und nach den Kompetenzen erklärt sind. Sie geben eine Vorstellung vom Niveau, das Schüler/innen erreichen müssen. Sie geben auch eine Vorstellung von der Art der Bewertungen, die durchgeführt werden können.

Die Kompetenzen werden in einer Tabelle in Verbform zusammengefasst, die eine Vorstellung darüber geben, welche Art von Bewertung verwendet werden kann, um das passende Lernziel zu bewerten. In der Tabelle mit Lernzielen werden diese Verben verwendet und fett gedruckt, sodass ein direkter Zusammenhang zwischen den Kompetenzen und den Lernzielen sichtbar wird.

Die Bewertung der Kenntnisse kann mithilfe schriftlicher Aufgaben erfolgen, die der/die Schüler/in bearbeiten muss. Dies kann zum Teil durch Multiple-Choice-Verfahren geschehen, aber Kompetenzen wie das Erstellen von Erklärungen und das Einbeziehen von Argumenten sowie die Schlüsselkompetenzen wie Kommunikations- und mathematische Kompetenz erfordern offene Fragen oder andere Arten der Bewertung.

Ein Auftrag, bei dem die Schüler/innen ihr Faktenwissen einsetzen müssen, um einen Artikel oder ein Poster zu einem (breiteren) Thema zu erstellen, kann auch verwendet werden, um die Fähigkeit zu bewerten, Daten kritisch zu analysieren und Konzepte in unbekannten Situationen einzusetzen sowie logisch und präzise über das Thema zu kommunizieren.

In Europa (und Amerika) müssen die Schüler/innen über eine gewisse Kompetenz der Gestaltung und/oder des Ingenieurwesens (MINT-Ausbildung) verfügen. Es muss also eine Bewertung geben, die die Fähigkeit zum Entwerfen und Kommunizieren zeigt. Das Bewerten eines Entwurfs kann auch die Fähigkeit während einer Teamarbeit miteinschließen.

Die Schüler/innen müssen in der Lage sein, eine (experimentelle) Untersuchung durchzuführen. Eine (offene) Untersuchung sollte hier Teil der Bewertungen sein. Die Bewertung von Entwurf und Untersuchung kann mit anderen Fächern kombiniert werden, oder von einem Fach durchgeführt werden, sodass die Schüler/innen nicht gezwungen sind, nur für die Bewertung am Ende eines Jahres viele Entwürfe oder Erhebungen zu offenen Fragestellungen zu erstellen.

Die digitale/informatische Kompetenz kann durch Arbeiten mit Kalkulationsblättern, das Recherchieren von Informationen aus dem Internet, die Messung von Daten mit Messprogrammen und Hardware, den Entwurf einer Theorie am Computer und den Vergleich der Ergebnisse eines Modells mit den gemessenen Daten bewertet werden. Diese können mit anderen Bewertungen kombiniert werden, in denen diese Kompetenz notwendig ist.

Die Bewertung ist formativ, wenn entweder formale oder informelle Verfahren verwendet werden, um Nachweise über das Lernen während des Lernprozesses zu sammeln; die formative Evaluation wird genutzt, um den Unterricht an die Bedürfnisse der Schüler/innen anzupassen. Der Prozess bietet Lehrkräften und Schüler/innen die Möglichkeit, Informationen über Fortschritte der Schüler/innen zu sammeln und Anpassungen zum Unterricht der Lehrkraft und zum Lernen der Schüler/innen vorzuschlagen.

Die Bewertung ist summativ, wenn sie verwendet wird, um das Lernen des/der Schülers/in am Ende des Unterrichtsprozesses oder einer Lernphase zu bewerten. Ziel ist es, die Leistungen des/der Schülers/in zusammenzufassen und festzustellen, ob und inwieweit die Schüler/innen ihr Verständnis für dieses Lernen unter Beweis gestellt haben.

Für alle Bewertungen ist die Notenskala der Europäischen Schulen zu verwenden, wie sie in den „*Leitlinien für die Verwendung des neuen Notensystems der Europäischen Schulen*" (Ref.:

**Prüfung des Vertiefungskurses im Fach Mathematik**

Der Vertiefungskurs im Fach Mathematik der Klassen S6 und S7 soll nicht nur durch die mündliche Abiturprüfung und die B-Tests bewertet werden, sondern auch durch regelmäßige Lehrerbewertung anhand der verschiedenen Kompetenzen. Diese kontinuierlichen, formativen Bewertungen können daher in Art und Struktur variieren.

Es liegt in der Verantwortung der Lehrer/innen zu klären, ob die Verwendung eines technologischen Hilfsmittels während der B-Prüfungen, die in S6 und S7 gegeben werden, erlaubt ist oder nicht, je nachdem, wie die bewerteten Themen unterrichtet wurden. Die Information muss den Schülern/Schülerinnen vor der Prüfung gegeben werden.

Bei jeder Frage zur mündlichen Prüfung sollte klar angegeben werden, ob die Verwendung eines technischen Hilfsmittels erlaubt ist oder nicht. Die teilweise Verwendung eines technischen Hilfsmittels während einer mündlichen Prüfung ist nicht erlaubt. Wenn die mündliche Prüfungsfrage die Verwendung eines technologischen Hilfsmittels nicht erlaubt, muss der/die Kandidat/in sein/ihr technologisches Hilfsmittel nach der Auswahl der Frage bei den Lehrkräften abgeben. Wenn die Verwendung erlaubt ist, muss die Lehrkraft überprüfen, ob es im Prüfungsmodus ist, bevor der/die Kandidat/in in den Vorbereitungsraum geht.

Entsprechend dieser Verpflichtungen schreiben die für diesen Kurs verantwortlichen Lehrer/innen die mündlichen Fragen unter Berücksichtigung der folgenden Richtlinien:

- Die Vorschläge entsprechen den Mathematik-Lehrplänen der Jahrgangsstufen 6 und 7.
- Die Fragen spiegeln die in den Mathematik-Lehrplänen der Jahrgangsstufen 6 und 7 beschriebenen Kompetenzen angemessen wider.
- Die Fragen bieten ein gutes Gleichgewicht zwischen den verschiedenen behandelten Bereichen und prüfen das allgemeine Verständnis der behandelten Themen.
- Die mündliche Präsentation der Antworten auf alle Fragen dauert für jeden/jede Teilnehmer/in maximal 20 Minuten.

Es gilt zu beachten, dass zusammenhängende und übergreifende Fragen (Kaskadenform) erlaubt sind: Wenn Schüler/innen einige Schwierigkeiten haben, eine Frage zu beantworten, werden die Prüfer/innen eine Diskussion mit den Kandidaten/innen führen, um trotz dieser Schwierigkeiten ihren Wissensstand zum Thema zu bewerten.

**Die Abschlussnote im Fach Mathematik im Jahr S7 (Kriterien für die Bewertung der mündlichen Prüfung im Vertiefungskurs)**

Die mündliche Prüfung gibt den Lernenden die Gelegenheit, sich zu einem mathematischen Thema zu äußern. Neben der Validität der Antwort wird man vor allem auf die Grundlage der Argumentation und die Relevanz der Begründung Wert legen, ohne die Qualität des mündlichen Ausdrucks zu vernachlässigen. Daher wird die Matrix, die zur Bewertung der Schüler/Schülerinnen Leistung verwendet wird, die folgenden Aspekte berücksichtigen:

- Ablauf der Präsentation: Die Schüler/innen müssen zeigen, dass sie mit dem Thema, auf das sich die Frage bezieht, vertraut sind und die Vorgehensweise begründen, die sie wählen. Konkret müssen sie:
    - das Thema identifizieren;
    - die eingesetzten Begriffe und Methoden erklären;
    - die Fähigkeit zeigen, das gegebene Problem in einen mathematischen Kontext zu

setzen.

- Entwicklung der Lösung: Beim Lösen der Frage sollten die Schüler/innen:
    - die benötigten Definitionen angeben;
    - ein angemessenes Vokabular verwenden;
    - eine konsequente, logische Vorgehensweise zeigen;
    - alle verwendeten Rechentechniken beherrschen (mit oder ohne technologischem Hilfsmittel).
- Zusätzliche Fragen sind nicht vorher festgelegt und hängen von der Qualität der Präsentation der Schüler/innen ab. Sie sind dazu gedacht:
    - den Wissensstand der Schüler/innen zum Thema der gewählten Frage zu bewerten (vor allem, wenn die von den Schülern/Schülerinnen gemachten Ausführungen, verbessert werden können);
    - die Frage zu erweitern (Extrapolation).
- Praktische Anforderungen: Bei der Lösung der Frage werden folgende Elemente bewertet:
    - klare Kommunikationsfähigkeiten und Verwendung eines angemessenen Wortschatzes;
        - gute Nutzung und Handhabung der Tafel;
        - Anpassungsfähigkeit zu einer mündlichen Prüfung.

### 5.1. Leistungsdeskriptoren

| | A | B | C | D | E | F | FX |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | (9,0 - 10 Ausgezeichnet) | (8,0 - 8,9 Sehr gut) | (7,0 - 7,9 Gut) | (6,0 - 6,9 Befriedigend) | (5,0 - 5,9 Ausreichend) | (3,0 - 4,9 Schwach / ungenügend) | (0 - 2,9 Sehr schwach / ungenügend) |
| **Kenntnisse und Verständnis** | Zeigt umfassende Kenntnisse und Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Prinzipien in allen Bereichen des Lehrplans. | Zeigt breite Kenntnisse und Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Prinzipien in allen Bereichen des Lehrplans. | Zeigt fundierte Kenntnisse und Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Prinzipien in allen Bereichen des Lehrplans. | Zeigt ausreichende Kenntnisse und Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Prinzipien in den meisten Bereichen des Lehrplans. | Zeigt ausreichende Kenntnisse und Verständnis von einfachen mathematischen Begriffen, Symbolen und Prinzipien. | Zeigt teilweise Kenntnisse und begrenztes Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Prinzipien. | Zeigt sehr wenig Kenntnisse und Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Prinzipien. |
| **Methoden** | Führt erfolgreich mathematische Prozesse in allen Bereichen des Lehrplans durch. | Führt erfolgreich mathematische Prozesse in den meisten Bereichen des Lehrplans durch. | Führt erfolgreich mathematische Prozesse in verschiedenartige n Kontexten durch. | Führt erfolgreich mathematische Prozesse in einfachen Kontexten durch. | Führt mathematische Prozesse in einfachen Kontexten mit einigen Fehlern durch. | Führt mathematische Prozesse in einfachen Kontexten durch, aber macht häufig Fehler. | Führt keine geeigneten Prozesse durch. |
| **Problemlösen** | Übersetzt komplexe, nicht routinemäßige Probleme in mathematische Symbole und schlussfolgert zu einem korrekten Ergebnis. Stellt Verbindungen zwischen verschiedenen Programmteilen her und verwendet sie. | Übersetzt nicht routinemäßige Probleme in mathematische Symbole und schlussfolgert zu einem korrekten Ergebnis. Stellt einige Verbindungen zwischen verschiedenen Teilen des Programms her. | Übersetzt Routineprobleme in mathematische Symbole und schlussfolgert zu einem korrekten Ergebnis. | Übersetzt Routineprobleme in mathematische Symbole und gelangt zu einem Ergebnis. | Übersetzt Routineprobleme in mathematische Symbole und versucht zu einem Ergebnis zu gelangen. | Übersetzt Routineprobleme in mathematische Symbole und versucht nur mit Hilfe zu einem Ergebnis zu gelangen. | Übersetzt Routineprobleme nicht in mathematische Symbole und versucht nicht zu einem Ergebnis zu gelangen. |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Interpretation** | Zieht vollständige und relevante Schlussfolgerungen aus Informationen; bewertet die Angemessenheit der Ergebnisse und erkennt eigene Fehler. | Zieht relevante Schlussfolgerungen aus Informationen; bewertet die Angemessenheit der Ergebnisse und erkennt eigene Fehler. | Zieht relevante Schlussfolgerungen aus Informationen; und versucht die Angemessenheit der Ergebnisse zu bewerten. | Versucht Schlussfolgerungen aus den gegebenen Informationen herzuleiten und zeigt ein gewisses Verständnis für die Angemessenheit der Ergebnisse. | Versucht Schlussfolgerungen aus den Informationen herzuleiten und zeigt begrenztes Verständnis für die Angemessenheit der Ergebnisse. | Macht kaum einen Versuch die Informationen zu interpretieren. | Interpretiert die Informationen nicht. |
| **Kommunikation** | Präsentiert konstant die Argumentation und die Ergebnisse auf eine klare, effektive und präzise Art und Weise, wobei die mathematische Terminologie und Notation korrekt verwendet werden. | Präsentiert konstant die Argumentation und die Ergebnisse klar durch richtigen Gebrauch von mathematischer Terminologie und Notation. | Präsentiert im Allgemeinen die Argumentation und die Ergebnisse klar und richtig mithilfe von mathematischer Terminologie und Notation. | Präsentiert im Allgemeinen Argumentation und Ergebnisse angemessen, mithilfe von mathematischer Terminologie und Notation. | Präsentiert im Allgemeinen Argumentation und Ergebnisse angemessen; mit einfacher mathematischer Terminologie und Notation. | Versucht Argumentation und Ergebnisse mithilfe von mathematischen Begriffen zu erläutern. | Zeigt unzureichende Argumentation und Verwendung von mathematischen Begriffen. |
| **Digitale Kompetenz** | Verwendet die Technologie angemessen und kreativ in einer Vielzahl von Situationen. | Verwendet die Technologie angemessen in einer Vielzahl von Situationen. | Verwendet die Technologie meistens angemessen. | Verwendet die Technologie die meistens zufriedenstellend. | Verwendet die Technologie zufriedenstellend in einfachen Situationen. | Verwendet die Technologie in begrenztem Umfang. | Gebraucht die Technologie nicht zufriedenstellend. |

## 5.2. Mündliche Prüfung: Vertiefungskurs im Fach Mathematik - Bewertungsbogen

**Europäische Schule ....................................... Schüler/in: ................................................. Klasse: .............. Prüfer/in: ................................................................**

| | (9,0 - 10 Ausgezeichnet) | (8,0 - 8,9 Sehr gut) | (7,0 - 7,9 Gut) | (6,0 - 6,9 Befriedigend) | (5,0 - 5,9 Ausreichend) | (3,0 - 4,9 Schwach/ ungenügend) | (0 - 2,9 Sehr schwach/ ungenügend) | **Punkte** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Kenntnisse und Verständnis** | Zeigt umfassende Kenntnisse und Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Verfahren, die für die Frage relevant sind. | Zeigt breites Wissen und Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Verfahren, die für die Frage relevant sind. | Zeigt zufriedenstellende Kenntnisse und Verständnis der mathematischen Begriffe, Symbole und Verfahren, die für die Frage relevant sind. | Zeigt zufriedenstellende Kenntnisse und Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Verfahren, die für die Frage relevant sind, möglicherweise mit etwas Hilfe. | Zeigt zufriedenstellende Kenntnisse und Verständnis von einfachen mathematischen Begriffen, Symbolen und Verfahren, die für die Frage relevant sind, jedoch mit einigen Fehlern und mit Hilfe. | Zeigt partielle Kenntnisse und begrenztes Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Verfahren, die für die Frage relevant sind, macht aber häufig Fehler und benötigt häufig Hilfe. | Zeigt sehr wenig Wissen und Verständnis von mathematischen Begriffen, Symbolen und Verfahren, die für die Frage relevant sind. | |
| **Methoden** | Führt mathematische Prozesse in allen Teilen der Fragestellung erfolgreich durch. | Führt erfolgreich mathematische Prozesse in einer Vielzahl von Kontexten aus. | Führt erfolgreich mathematische Prozesse in einer Vielzahl von Kontexten aus, möglicherweise mit etwas Hilfe. | Führt erfolgreich mathematische Prozesse in einfachen Zusammenhängen aus, möglicherweise mit etwas Hilfe. | Führt mathematische Prozesse in einfachen Zusammenhängen aus, aber mit einigen Fehlern und mit Hilfe. | Führt mathematische Prozesse in einfachen Zusammenhängen aus, macht aber häufig Fehler und benötigt häufig Hilfe. | Führt keine entsprechenden Prozesse durch. | |
| **Problemlösen** | Übersetzt komplexe nicht-routinemäßige Probleme in mathematische Symbole und Begründungen zu einem korrekten Ergebnis; stellt Verbindungen zwischen verschie-denen Teilen des Programms her und nutzt diese, wenn sie für die Frage relevant sind. | Übersetzt Nicht-Routine-Probleme in mathematische Symbole und begründet ein korrektes Ergebnis; stellt einige Verbindungen zwischen verschiedenen Teilen des Programms her, wenn dies für die Frage relevant ist. | Übersetzt Routineprobleme in mathematische Symbole und begründet ein korrektes Ergebnis. | Übersetzt Routineprobleme in mathematische Symbole und begründet ein Ergebnis, eventuell mit etwas Hilfe. | Übersetzt Routineprobleme in mathematische Symbole und versucht, auf ein Ergebnis zu schließen, eventuell mit umfangreicherer Hilfe. | N/A | N/A | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Interpretation** | Zieht vollständige und relevante Schlussfolgerungen aus Informationen; bewertet die Angemessenheit von Ergebnissen und erkennt eigene Fehler. | Zieht relevante Schlussfolgerungen aus Informationen, bewertet die Angemessenheit von Ergebnissen und erkennt eigene Fehler. | Zieht relevante Schlussfolgerungen aus Informationen und versucht, die Angemessenheit der Ergebnisse zu bewerten. | Versucht, Schlussfolgerungen aus den gegebenen Informationen zu ziehen, zeigt ein gewisses Verständnis für die Angemessenheit der Ergebnisse. | Versucht, Schlussfolgerungen aus Informationen zu ziehen und zeigt begrenztes Verständnis für die Angemessenheit von Ergebnissen. | Macht wenig Versuche, Informationen zu interpretieren. | N/A | |
| **Kommunikation und Planung** | Stets klare, effektive und prägnante Darstellung von Argumenten und Ergebnissen unter korrekter Verwendung mathematischer Terminologie und Notation. | Stets klare Darstellung von Argumenten und Ergebnissen unter korrekter Verwendung mathematischer Terminologie und Notation. | Stellt die Argumentation und die Ergebnisse im Allgemeinen klar dar und verwendet mathematische Terminologie und Notation korrekt. | Stellt im Allgemeinen Überlegungen und Ergebnisse unter angemessener Verwendung mathematischer Terminologie und Notation dar. | Stellt im Allgemeinen Überlegungen und Ergebnisse angemessen dar und verwendet dabei eine gewisse mathematische Terminologie und Notation. | Versucht Argumente und Ergebnisse mit mathematischen Begriffen darzustellen. | Zeigt unzureichende Argumentation und Verwendung von mathematischen Begriffen. | |
| **Technologie und Präsentationsmittel (falls zutreffend)** | Nutzt Technologie und/oder andere Präsentationsmittel angemessen und kreativ in einer Vielzahl von Situationen. | Setzt Technologie und/oder andere Präsentationsmittel in einer Vielzahl von Situationen angemessen ein. | Nutzt die Technologie und/oder andere Präsentationsmittel die meiste Zeit über angemessen. | Nutzt die Technologie und/oder andere Präsentationsmittel meist zufriedenstellend. | Nutzt die Technik und/oder andere Präsentationsmittel in einfachen Situationen zufriedenstellend. | Nutzt Technologie und/oder andere Präsentationsmittel in begrenztem Umfang. | Nutzt Technologie und/oder andere Präsentationsmittel nicht zufriedenstellend. | |
| | | | | | | | **Gesamtpunktzahl** | |

**Datum: ..............................** **Unterschrift: ..................................................**

## Anhang 1: Vorgeschlagener Zeitrahmen

Für diesen Zyklus werden die folgenden Themen mit einer geschätzten Anzahl von Wochen angegeben, die der/die Lehrer/in abhängig von der Klasse zur Bearbeitung benötigt.

Im Hinblick auf die Reihenfolge der Themen sollten die Lehrer/innen bedenken, dass Analysis erst später und nur dann behandelt werden kann, wenn das Thema der Ableitung im MA5-Kurs in S6 behandelt wurde. Ebenso stützt sich der Inhalt der Analysis in S7 auf die Integration, die im MA5-Kurs in S7 gelehrt wurde. Es wäre daher ratsam, in S6 der Reihenfolge des vorgeschlagenen Zeitrahmens zu folgen. Für S7 wäre es eine Option, mit der Linearen Algebra zu beginnen und mit einem oder zwei optionalen Themen in S7 fortzufahren, bevor man sich mit den Inhalten der Analysis beschäftigt.

Hinweis: Die angegebenen Wochen beinhalten Bewertungen, Zeit zum Üben und Wiederholen, Mathematikprojekte, Schulprojekte usw.

| **Kurs** | **S6AM** | **S7AM** |
|---|---|---|
| **Thema** | **Wochen** | |
| Grundlagen der Mathematik | 9 | / |
| Zahlentheorie | 9 | / |
| Lineare Algebra | 9 | 5 |
| Analysis | 3 | 9 |
| 1. Wahlthema | / | 7 |
| 2. Wahlthema | / | 7 |
| **Gesamt** | **30** | **28** |