Ecoles européennes

Bureau du Secrétaire Général
Unité de développement pédagogique

Ref. : 2011-01-D-42-fr-2

Orig. : FR

S7ma

PROGRAMME DE MATHEMATIQUES ANNEE 7 DU SECONDAIRE

Cours approfondi à 3 périodes/semaine

APPROUVE PAR LE COMITE PEDAGOGIQUE MIXTE LES 9, 10 et 11 FEVRIER 2011 A BRUXELLES

Entrée en application en septembre 2011

I. PARTIE OBLIGATOIRE

THEME A : FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES (CIRCULAIRES ET HYPERBOLIQUES)

Sujet	Connaissances et compétences	Support technologique
Formules de trigonométrie circulaire	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* ▪ rappeler ou établir à l'aide des nombres complexes les formules usuelles suivantes : ○ $\cos^2 a+\sin^2 a=1$ ○ $1+\tan^2 a=\dfrac{1}{\cos^2 a}$ ○ formules d'addition : ▪ $\cos(a\pm b)=\cos a\cos b\mp\sin a\sin b$ ▪ $\sin(a\pm b)=\sin a\cos b\pm\cos a\sin b$ ▪ $\tan(a\pm b)=\dfrac{\tan a\pm\tan b}{1\mp\tan a\tan b}$ ○ formules de duplication : ▪ $\cos(2a)=\cos^2 a-\sin^2 a$ ▪ $=2\cos^2 a-1$ $=1-2\sin^2 a$ ▪ $\sin(2a)=2\sin a\cos a$ ▪ $\tan(2a)=\dfrac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$ ○ formules de changement de variable : ▪ $\cos a=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$ ▪ $\sin a=\dfrac{2t}{1+t^2}$ avec $t=\tan\dfrac{a}{2}$	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* ▪ utiliser à bon escient le support technologique pour établir ou vérifier les formules usuelles ci-contre

Sujet	Connaissances et compétences	Support technologique
	▪ $\tan a = \dfrac{2t}{1-t^2}$ ○ formules de transformations de sommes en produits : ▪ $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$ ▪ $\cos p - \cos q = -2\sin\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\sin\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$ ▪ $\sin p \pm \sin q = 2\sin\left(\dfrac{p\pm q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{p\mp q}{2}\right)$ ○ formules de transformations de produits en sommes : ▪ $\cos a\cos b = \dfrac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$ ▪ $\sin a\cos b = \dfrac{1}{2}\left[\sin(a+b)+\sin(a-b)\right]$ ▪ $\sin a\sin b = \dfrac{1}{2}\left[\cos(a-b)-\cos(a+b)\right]$ ▪ $\cos^2 a = \dfrac{1+\cos(2a)}{2}$ ▪ $\sin^2 a = \dfrac{1-\cos(2a)}{2}$ ▪ résoudre une équation faisant intervenir des fonctions trigonométriques ▪ linéariser une expression faisant intervenir des fonctions trigonométriques ▪ exprimer $\cos(nx)$, respectivement $\sin(nx)$, à l'aide des puissances de $\cos x$, respectivement $\sin x$	

<table>
<tr><th>Sujet</th><th>Connaissances et compétences</th><th>Support technologique</th></tr>
<tr><td>Etude des fonctions trigonométriques réciproques (cyclométriques)</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de

▪ pour les fonctions cyclométriques Arccos, Arcsin et Arctan, préciser :
○ leurs définitions
○ leurs ensembles de définition
○ leurs limites éventuelles
○ leurs parités éventuelles
○ leurs ensembles de dérivabilité
○ leurs fonctions dérivées
○ leurs variations
▪ indiquer une primitive de chacune des fonctions trigonométriques et cyclométriques
▪ étudier des (familles de) fonctions faisant intervenir des fonctions trigonométriques ou cyclométriques</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de

▪ mettre en œuvre les techniques apprises dans le cours à 5 périodes pour les fonctions contenant des fonctions trigonométriques ou cyclométriques qui lui seraient présentées</td></tr>
<tr><td>Fonctions hyperboliques – Définitions et formules</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de

▪ donner la définition des fonctions ch, sh et th
▪ établir les formules suivantes :
○ $\operatorname{ch} a + \operatorname{sh} a = e^{a}$ et $\operatorname{ch} a - \operatorname{sh} a = e^{-a}$
○ $\operatorname{ch}^2 a - \operatorname{sh}^2 a = 1$
○ $1 - \operatorname{th}^2 a = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 a}$
○ formules d’addition :
▪ $\operatorname{ch}(a \pm b) = \operatorname{ch} a \operatorname{ch} b \pm \operatorname{sh} a \operatorname{sh} b$
▪ $\operatorname{sh}(a \pm b) = \operatorname{sh} a \operatorname{ch} b \pm \operatorname{ch} a \operatorname{sh} b$
▪ $\operatorname{th}(a \pm b) = \dfrac{\operatorname{th} a \pm \operatorname{th} b}{1 \pm \operatorname{th} a \operatorname{th} b}$</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de

▪ utiliser à bon escient le support technologique pour établir ou vérifier les formules usuelles ci-contre</td></tr>
</table>

Sujet	Connaissances et compétences	Support technologique
	○ formules de duplication : ▪ $\mathrm{ch}(2a) = \mathrm{ch}^2 a + \mathrm{sh}^2 a$ $= 2\ \mathrm{ch}^2 a - 1$ $= 2\ \mathrm{sh}^2 a + 1$ ▪ $\mathrm{sh}(2a) = 2\ \mathrm{sh}\ a\ \mathrm{ch}\ a$ ▪ $\mathrm{th}(2a) = \dfrac{2\ \mathrm{th}\ a}{1 + \mathrm{th}^2 a}$ ○ formules de changement de variable : ▪ $\mathrm{ch}\ a = \dfrac{1 + \mathrm{t}^2}{1 - \mathrm{t}^2}$ ▪ $\mathrm{sh}\ a = \dfrac{2t}{1 - t^2}$ avec $t = \mathrm{th}\dfrac{a}{2}$ ▪ $\mathrm{th}\ a = \dfrac{2t}{1 + t^2}$ ○ formules de transformation de sommes en produits : ▪ $\mathrm{ch}\ p + \mathrm{ch}\ q = 2\ \mathrm{ch}\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\mathrm{ch}\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$ ▪ $\mathrm{ch}\ p - \mathrm{ch}\ q = 2\ \mathrm{sh}\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\mathrm{sh}\left(\dfrac{p-q}{2}\right)$ ▪ $\mathrm{sh}\ p + \mathrm{sh}\ q = 2\ \mathrm{sh}\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\mathrm{ch}\ \left(\dfrac{p-q}{2}\right)$ ▪ $\mathrm{sh}\ p - \mathrm{sh}\ q = 2\ \mathrm{ch}\left(\dfrac{p+q}{2}\right)\mathrm{sh}\ \left(\dfrac{p-q}{2}\right)$ ○ formules de transformation de produits en sommes : ▪ $\mathrm{ch}\ a\ \mathrm{ch}\ b = \dfrac{1}{2}\left[\mathrm{ch}(a+b) + \mathrm{ch}(a-b)\right]$	

Sujet	Connaissances et compétences	Support technologique
	▪ $\text{sh}\, a\ \text{ch}\, b = \frac{1}{2}\left[\text{sh}(a+b)+\text{sh}(a-b)\right]$ ▪ $\text{sh}\, a\ \text{sh}\, b = \frac{1}{2}\left[\text{ch}(a+b)-\text{ch}(a-b)\right]$ ▪ $\text{ch}^2 a = \frac{\text{ch}(2a)+1}{2}$ ▪ $\text{sh}^2 a = \frac{\text{ch}(2a)-1}{2}$ ▪ linéariser une expression faisant intervenir des fonctions hyperboliques ▪ exprimer $\text{ch}(nx)$, respectivement $\text{sh}(nx)$, à l'aide des puissances de $\text{ch}\, x$, respectivement $\text{sh}\, x$	
Etude des fonctions hyperboliques	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* ▪ pour les fonctions hyperboliques ch, sh et th, préciser : o leurs ensembles de définition o leurs limites o leurs parités o leurs ensembles de dérivabilité o leurs fonctions dérivées o leurs variations ▪ indiquer une primitive de chacune des fonctions hyperboliques ▪ étudier des (familles de) fonctions faisant intervenir des fonctions hyperboliques	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* ▪ mettre en œuvre les techniques apprises dans le cours à 5 périodes pour les fonctions contenant des fonctions hyperboliques qui lui seraient présentées

THEME B : DEVELOPPEMENTS LIMITES

Sujet	Connaissances et compétences	Support technologique

Théorèmes classiques et pré requis pour les développements limités	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*
	
	▪ citer et appliquer les théorèmes :
	  ○ de Rolle
	  ○ des accroissements finis (de Lagrange)
	  ○ de l'inégalité des accroissements finis (et ses corollaires)
	▪ définir une fonction contractante
	▪ rechercher un point fixe d'une fonction dérivable et contractante
	▪ définir la dérivée n-ième d'une fonction
	▪ définir une fonction de classe C(n)
	▪ indiquer la formule de Taylor d'ordre n dans le cas d'une fonction de classe C(n), dont les polynômes de degré inférieur ou égal à n
	▪ indiquer les formule de Taylor-Lagrange et de MacLaurin-Lagrange d'ordre n dans le cas d'une fonction de classe C(n+1)
	▪ utiliser un développement de MacLaurin-Lagrange pour donner une valeur approchée d'une fonction en une valeur et majorer l'erreur
		L'élève doit savoir et/ou être capable de
		
		▪ déterminer la ou les valeurs dont les théorèmes de Rolle et des accroissements finis assurent l'existence
		▪ représenter une suite tendant vers un point fixe d'une fonction contractante (graphe toile)
		▪ calculer la dérivée n-ième d'une fonction de classe C(n)
		▪ calculer la partie régulière d'un développement de Taylor, de Taylor-Lagrange, de MacLaurin-Lagrange au voisinage de tout nombre réel
		▪ représenter graphiquement la partie régulière du développement limité d'ordre n fixé d'une fonction
		▪ représenter une famille de développements limités d'une fonction
		▪ utiliser la partie régulière du développement limité d'ordre n pour donner une valeur approchée d'une fonction en une valeur

Développements limités	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* ▪ déterminer le développement limité d'ordre n au voisinage de zéro d'une fonction ▪ savoir que le développement limité d'ordre n, lorsqu'il existe, est unique ▪ déterminer les développements limités d'ordre n au voisinage de zéro des fonctions usuelles suivantes :	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* ▪ déterminer la partie régulière du développement limité d'ordre n d'une fonction au voisinage de tout nombre réel

Sujet	Connaissances et compétences	Support technologique
	○ $x \mapsto \frac{1}{1 \pm x}$ ○ $x \mapsto \ln(1 \pm x)$ ○ $x \mapsto (1+x)^n, n \in \left\{\frac{1}{2}; 2; 3; ...\right\}$ ○ $x \mapsto e^x$ ○ $x \mapsto \cos x$ ○ $x \mapsto \sin x$ ▪ déterminer les développements limités d'ordre n au voisinage de zéro pour des fonctions obtenues à partir de celles listées ci-dessus par somme, produit, quotient, composition, intégration, dérivation ▪ déterminer les développements limités d'ordre n au voisinage d'un nombre $a \neq 0$ pour chacune des fonctions listées ci-dessus	*Remarque* *L'utilisation du support technologique se fera avec discernement :* ▪ on vérifiera avec le support les résultats obtenus sans support pour les cas simples ▪ on déterminera dans les cas les plus techniques les développements limités avec le support, l'accent étant alors mis sur leur interprétation et leur application.
Applications des développements limités	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* ▪ appliquer les développements limités : ○ aux calculs de limites ○ à l'approximation d'une fonction, au voisinage d'un point, par un polynôme de degré égal ou supérieur à 2 ○ à la position relative de la courbe représentative d'une fonction par rapport à une de ses tangentes ○ à l'étude du comportement asymptotique d'une fonction à l'aide d'un développement limité généralisé (branches paraboliques par exemple)	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* ▪ d'utiliser à bon escient le support technologique dans toute application des développements limités

II. COMPLÉMENTS AU CHOIX

REMARQUE PRELIMINAIRE IMPORTANTE

Contrairement à la partie obligatoire du programme qui précède, la description de chaque complément au choix précise uniquement les grandes lignes à traiter, de légères adaptations du contenu, liées aux spécificités des programmes nationaux ou aux exigences des universités des différents pays de l'Union européenne, restant possibles. Il appartient au professeur de procéder aux adaptations nécessaires.

Cependant, dans un souci de lisibilité et de comparabilité de cette partie du programme, les professeurs en charge de ce cours doivent établir un relevé exact de la matière traitée dans les compléments au choix retenus. Ce relevé accompagnera les questions de l'examen oral transmises à l'inspecteur responsable pour les mathématiques au sein des Ecoles européennes. Celui-ci veillera à ce que l'ensemble de ces informations (relevé de la matière traitée dans les deux compléments au choix et questions de l'examen oral) soit mis à disposition des examinateurs externes désignés pour les épreuves orales.

1. Notions de topologie

- Topologie intuitive - points, arcs, domaines
- Passage de la topologie intuitive à la topologie structurelle
- Espaces topologiques – modèles : topologie des disques, des parallélépipèdes, des boules
- Espace de Haussdorf
- Homéomorphismes

2. Équations différentielles

Résolution des équations différentielles :

- à variables séparables
- de la forme :
  - $y' + y \cdot f(x) = g(x)$ où $g(x)$ est soit égal à 0, soit une fonction polynôme, une fonction exponentielle ou une fonction trigonométrique
  - $\rho_2 \cdot y'' + \rho_1 \cdot y' + \rho_0 = f(x)$ où $f(x)$ est soit égal à 0, soit une fonction polynôme, une fonction exponentielle ou une fonction trigonométrique

3. Intégrations approfondies

- Calculs de primitives et intégrales par décomposition en éléments simples d'intégrales du type $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ avec P et Q fonctions polynomiales (on se limitera aux cas où Q possède des racines réelles simples, des racines réelles multiples ou deux racines complexes conjuguées)
- Calculs de primitives et intégrales basées sur les primitives qui découlent de l'étude des fonctions cyclométriques et hyperboliques
- Calculs de primitives et intégrales basée sur les substitutions du type : $t = \cos x$, $t = \sin x$, $t = \tan x$, $t = \tan \frac{x}{2}$, $t = \text{ch} x$, $t = \text{sh} x$
- Calculs de primitives et intégrales par récurrence, par exemple intégrales du type $\int_0^{\pi/2} \sin^m x \cos^n x\, dx$, $\int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$, $\int_0^{\pi/2} x^n \sin x dx$, $\int_1^e (\ln x)^n\, dx$,…
- Formule de Wallis

4. Application de l'intégration

- Calcul de la valeur moyenne de la racine carrée d'une fonction du temps
- Recherche de la position du centre de gravité d'une surface plane, d'un solide ayant un élément de symétrie et d'une surface
- Calcul du moment d'inertie d'une surface plane, d'un solide et d'une surface ayant un élément de symétrie
- Calcul de la longueur d'un arc de courbe quand l'équation de la courbe est donnée en coordonnées rectangulaires ou paramétrées
- Calcul de l'aire d'une surface de révolution
- Intégration polaire

5. Dérivation partielle

- Fonctions de deux variables : dérivées partielles du premier ordre, interprétation géométrique, dérivées partielles d'ordre supérieur
- Différentielles
- Différentiation des fonctions composées
- Théorème d'Euler sur les fonctions homogènes
- Dérivées selon des directions, maxima, minima, points selles

6. Séries numériques

- Définition, terme général d'une série, somme partielle de rang N (on se limitera aux séries numériques réelles)
- Série à termes positifs, série à termes négatifs, série alternée, série minorante ou majorante
- Convergence et divergence d'une série numérique
- Condition nécessaire de convergence d'une série : si la série $\sum u_n$ converge, alors la suite (u_{tn}) converge vers 0 (la réciproque étant fausse)
- Quelques séries numériques classiques :
  - la série géométrique $\sum a^n$ avec $a \in \mathbb{R}$
  - la série harmonique $\sum \frac{1}{n}$
  - la série harmonique alternée $\sum (-1)^n \frac{1}{n}$
  - la série de Riemann $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$
- Critères de convergence pour les séries numériques :
  - critère de convergence pour les séries géométriques
  - critère de comparaison (on pourra se limiter aux séries numériques à termes positifs)
  - critère de comparaison série – intégrale
  - critère de convergence des séries alternées (règle de Leibniz) : si (u_n) est une suite alternée telle que $(|u_n|)$ est une suite décroissante et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$, alors la série $\sum u_n$ est convergente
  - critère de convergence pour les séries de Riemann : si $\alpha > 1$, la série de terme général $\frac{1}{n^\alpha}$ converge et si $\alpha \le 1$, elle diverge
  - critère de convergence de d'Alembert : si $\lim\limits_{n\to\infty} \left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = l$, alors la série de terme général (u_n) converge si $l < 1$, diverge si $l > 1$ et est de comportement indéterminé si $l = 1$
- Série absolument convergente, série semi-convergente

7. Sections planes de surfaces

- Fonctions de deux variables
- Section d'une surface par un plan
- Section de cylindres
- Sections de cônes
- Sections de surfaces d'équations $z = x^2 + y^2$ et $z = xy$

8. Corrélation et régression

- Régression affine (méthode des moindres carrés)
- Régressions générales (exponentielles, logarithmiques, polynomiales, sinusoïdales)
- Covariance
- Corrélation de rang, coefficients de Spearman et de Kendall

9. Intervalles de confiance, tests d'hypothèses et test du chi deux

- Estimations non biaisées de la moyenne μ et de la variance σ^2 d'un caractère quantitatif d'une population
- Distribution de la moyenne $\overline{X}$ de variables aléatoires X_i lorsque celles-ci suivent une même distribution (normale ou autre) (théorème « central limit »)
- Intervalles de confiance de la moyenne μ pour une population suivant une loi normale ou non, de variance connue ou non (grand échantillon)
- Test d'hypothèse pour le paramètre p d'une distribution binomiale (petit échantillon) ou le paramètre λ d'une distribution de Poisson
- Test d'hypothèse pour la moyenne μ d'une population suivant une loi normale ou non, de variance connue ou non (grand échantillon)
- Test du chi deux (chi carré ou χ^2) pour déterminer la validité :
  - de l'indépendance de deux variables aléatoires
  - d'un ajustement par une distribution connue (binomiale, de Poisson ou normale)

10. Calcul barycentrique et géométrie affine

- Calcul barycentrique
- Étude des fonctions $M \to \sum_1^n \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ et $M \to \sum_1^n \alpha_i \left\|\overrightarrow{MA_i}\right\|^2$
- Applications affines
- Cas particuliers :
  - isométrie
  - translation
  - homothétie
  - symétrie orthogonale ou non
  - affinité

11. Coniques

- Définition par foyer directrice, excentricité, équation cartésienne dans un repère orthonormé, équation réduite, parabole, conique à centre
- Mise en place d'une conique à partir d'une équation de la forme $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$
- Coniques dégénérées

12. Isométries vectorielles de $\mathbb{R}^3$

- Isométrie et matrice associée
- Le groupe orthogonal : norme, produit scalaire et bases
- Valeurs propres et vecteurs propres
- Composition d'isométries vectorielles
- Classification des isométries vectorielles

13. Géométrie descriptive

- Le point, la droite, le plan
- Chargements de plans de projection
- Intersection de droites et de plans
- Orthogonalité de droites et de plans
- Problèmes de la géométrie de l'espace

14. Géométrie classique (synthétique)

- Eude des configurations, parallélisme, orthogonalité
- Problèmes de construction
- Problèmes de lieux, de chemin minimal
- Utilisation des transformations
- Changement de repères : translation, rotation d'un repère orthonormé

15. Isométries de l'espace affine euclidien E_3

- Liaison entre isométries vectorielles et isométries affines
- Étude et classification des isométries

16. Les polynômes

- Espace vectoriel et anneau des polynômes
- Division suivant les puissances décroissantes : unicité du quotient et du reste
- P.G.C.D. de deux polynômes
- Zéros des polynômes
- Polynômes à plusieurs variables

17. Applications linéaires

- Homomorphismes, endomorphismes et isomorphismes d'espaces vectoriels
- Image et noyau d'un homomorphisme
- Matrice d'un homomorphisme, rang d'une matrice, propriétés
- Déterminants, propriétés

18. Formes linéaires et multilinéaires

- Espace dual d'un espace vectoriel
- Covecteurs
- Base duale
- Formes linéaires et chargement de base
- Droites et plans vectoriels de l'espace de dimension 3
- Formes multilinéaires
- Formes multilinéaires symétriques et formes multilinéaires alternées : les déterminants dans les espaces à 2 et à 3 dimensions
- Déterminant d'un endomorphisme
- Effet d'un changement de base
- Indépendance linéaire

19. Arithmétique

- Détermination et propriétés des naturels
- Division euclidienne, divisibilité, nombres premiers
- PGCD et PPCM d'entiers, algorithme d'Euclide
- Théorème de Bachet-Bézout : *a* et *b* sont premiers entre eux si et seulement si il existe deux entiers relatifs *u* et *v* tels que $au + bv = 1$
- Théorème de Gauss : si *a* et *b* sont premiers entre eux et si *a* divise *bc*, alors *a* divise *c*
- Théorème d'Euclide : si un nombre premier *p* divise un produit *ab*, alors *p* divise *a* ou *p* divise *b*
- Congruences modulo *n* :
  - petit théorème de Fermat : pour *p* premier et *a* et *p* premiers entre eux, on a : $a^{p-1} \equiv 1 \bmod p$
  - théorème de Wilson : pour *p* premier, on a : $(p-1)! \equiv -1 \bmod p$
  - théorème chinois : résolution d'un système de congruences $\begin{cases} x \equiv a \bmod u \\ x \equiv b \bmod v \end{cases}$
- Application à la cryptographie (codage RSA, …)

20. Fonctions vectorielles

- Fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^2$ (ou $\mathbb{C}$) ou vers $\mathbb{R}^3$
- Dérivée d'une fonction vectorielle
- Dérivée du produit d'une fonction réelle par une fonction vectorielle
- Dérivée d'un produit scalaire
- Dérivée d'un produit vectoriel
- Construction de courbes planes

21. Cinématique du point dans le plan

- Système de référence, mouvement d'un point
- Trajectoire, vecteur-vitesse, vecteur accélération
- Composition des vitesses, des accélérations

22. Relativité restreinte (deux dimensions)

- Révision des diagrammes rencontrés en cinématique (courbe espace-temps)
- Invariance temporelle : groupe Galiléen des matrices $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ u & 1 \end{pmatrix}$ pour la multiplication G
- Addition des vitesses $w = u + v$
- Isomorphisme de (G, x) et de $(R, +)$
- Unités naturelles $(c = 1)$
- Invariance de la vitesse de la lumière : groupe de Poincaré des matrices $\beta\begin{pmatrix} 1 & u \\ u & 1 \end{pmatrix}$ avec $\beta = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$ pour la multiplication
- Addition des vitesses $w = \frac{u+v}{1+uv}$ (conditions $\|\vec{u}\| < 1$ et $\|\vec{w}\| > 1$)
- Anomalie des tachyons, contraction, dilatation, effet Doppler

23. Systèmes non linéaires

- Sensibilité aux conditions initiales
- Courbe de Feigenbaum
- Ensemble de Mandelbrot
- Attracteurs
- Méthodes itératives de Newton

24. Théorie des graphes

- Définition
- Types de graphes
- Matrices adjacentes
- Graphes eulériens
- Parcours hamiltoniens
- Arbres de type « spanning trees »

25. Algorithme du simplexe

- Formulation d’un problème de programmation linéaire : fonction objectif, contraintes
- Variables d’écart
- Formulation matricielle du problème
- Variables de base et hors base
- Solution réalisable de base et solution de base initiale
- Algorithme du simplexe: méthode du pivotage
- Solution optimale
- Cas particuliers
- La méthode des deux phases

26. Application des mathématiques à la mécanique

- Accélération
- Lois de Newton
- Vecteurs
- Utilisations des lois de Newton
- Moment d’une force
- Impulsion d’une force et quantité de mouvement
- Coefficient de frottement
- Projectiles
- Travail, puissance, énergie
- Coefficient de restitution lors des chocs
- Centre de masse
- Basculement d’un objet posé sur un plan incliné
- Ressorts
- Mouvement harmonique simple
- Mouvements circulaires
- Mouvement circulaire dans un plan vertical

27. Algorithmique et programmation

- Notions d’algorithme (cf. chapitre d’analyse numérique du cours d’approfondissement de 6ème année)
- Variables locales et générales
- Notion de fonction et de programme
- Gestion des entrées/sorties
- Instructions de contrôle :
  - instructions conditionnelles (« si … alors… », « répéter … jusqu’à ce que … », « tant que … faire … »)
  - instructions en boucles (« pour … variant de … à … »)
- Compilation d’un programme
- Applications à la réalisation de programmes divers (analyse, analyse numérique, probabilités, statistiques, géométrie, …)

28. Représentation de nombres et arithmétique binaire

- Représentation binaire d'entiers positifs
  - addition binaire
  - multiplication binaire
- Notation hexadécimale et octale, bits, bytes (octets) et mots
  - conversions
- Représentation des nombres positifs et négatifs
  - méthode signe-magnitude
  - entiers binaires signés (complément à 2)
  - fractions binaires positives
  - fractions binaires signées
  - représentation des nombres en virgule fixe (complément à 2)
  - représentation des nombres en virgule flottante (complément à 2)
  - gamme de représentation en virgule flottante
  - normalisation des nombres en virgule flottante
  - modes d'arrondi
- Opérations arithmétiques en mode virgule flottante
  - addition et soustraction
  - multiplication et division
- Problèmes de précision
  - précision de la machine
  - minimiser l'effet des problèmes de précision