Ecoles européennes

Bureau du Secrétaire Général
Unité de développement Pédagogique

Ref. : 2011-01-D-41-fr-2

Orig. : DE

S7P5 PROGRAMME DE MATHEMATIQUES ANNEE 7 DU SECONDAIRE

Cours semi approfondi à 5 périodes/semaine

APPROUVE PAR LE COMITE PEDAGOGIQUE MIXTE LES 9, 10 et 11 FEVRIER 2011 A BRUXELLES

Entrée en application en septembre 2011

Algèbre (à titre indicatif : 15 périodes)

<table>
<tr><th>Sujets</th><th>Connaissances et compétences</th><th>Support technologique</th></tr>
<tr>
<td>Nombres complexes</td>
<td>En complément des notions vues en 6ème année, l'élève doit savoir et/ou être capable de :

représenter géométriquement un nombre complexe
déterminer module et argument d'un nombre complexe ainsi que son inverse
déterminer module et argument du produit et du quotient de deux nombres complexes
connaître les trois différentes notations d'un nombre complexe :

$x+iy$
$r\cdot(\cos\theta+i\cdot\sin\theta)$
$r\cdot e^{i\theta}$

et passer de l'une à l'autre de ces formes dans les cas simples
déterminer les racines n-ièmes $(n\in\mathbb{N}, n\neq 0)$ d'un nombre complexe de la forme $z=r\cdot(\cos\theta+i\cdot\sin\theta)$ ou $z=r\cdot e^{i\theta}$
résoudre les équations du type $z^n=a \quad (a\in\mathbb{Z},\ n\in\{1,2,3\})$ et représenter l'ensemble des solutions sur le cercle trigonométrique

On se limitera, pour tout calcul sans support technologique, à des nombres complexes dont une mesure de l'argument est de la forme $k\cdot\frac{\pi}{6}$ ou $k\cdot\frac{\pi}{4}$ avec $k\in\mathbb{Z}$</td>
<td>L'élève doit savoir et/ou être capable de :

vérifier tous les calculs à l'aide de l'outil de calcul formel
écrire un nombre complexe sous chacune des trois formes :

$x+iy$
$r\cdot(\cos\theta+i\cdot\sin\theta)$
$r\cdot e^{i\theta}$

résoudre étape par étape une équation de la forme $z^n=a \quad (a\in\mathbb{C},\ n\in\mathbb{N}, n\neq 0)$
</td>
</tr>
</table>

Analyse (à titre indicatif : 55 périodes)

Dans le paragraphe consacré aux suites, le support technologique ne sera pas seulement utilisé pour vérifier la validité des résultats obtenus sans son soutien. Il servira à explorer, pas à pas, les propriétés de suites qui ne relèveraient pas des types des suites standards indiquées dans la colonne « Connaissances et compétences ». Dans certains cas enfin, on pourra néanmoins aussi exploiter immédiatement les résultats fournis par le support.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Suites	*En complément des notions vues en 6ème année, l'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ observer graphiquement le comportement d'une suite de points de coordonnées $(n\,;u_n)$ ▪ déterminer les variations d'une suite définie explicitement ou par récurrence ▪ majorer et/ou minorer une suite ▪ connaître et appliquer le théorème fondamental de convergence : ○ une suite croissante majorée converge ○ une suite décroissante minorée converge ▪ visualiser graphiquement dans un repère à l'aide de la première bissectrice le comportement des suites définies par récurrence, de la forme $u_{n+1}=f(u_n)$, $n\in\mathbb{N}$, avec : ○ $f: x\mapsto ax+b$ ○ $f: x\mapsto \sqrt{ax+b}$ ○ $f: x\mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d},\ c\neq 0$ et conjecturer les limites de telles suites ▪ calculer les limites de telles suites	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ introduire une suite définie explicitement ou par récurrence dans une application appropriée (tableur, CAS, graphique, ...) ▪ pour une suite définie explicitement ou par récurrence, calculer un terme particulier ▪ étant donnés les premiers termes d'une suite, trouver la forme explicite du terme de rang *n* ou, le cas échéant, la relation de récurrence ▪ explorer graphiquement le comportement d'une suite de points de coordonnées $(n\,;u_n)$ ▪ créer un nuage de points d'une suite définie par récurrence, de la forme $u_{n+1}=f(u_n)$, $n\in\mathbb{N}$, et conjecturer la limite éventuelle ▪ explorer le comportement d'une suite en manipulant de manière dynamique le terme initial de cette suite ▪ déterminer par résolution de l'équation $f(L)=L$ la limite L d'une suite convergente

Dans le paragraphe consacré aux fonctions exponentielles et logarithmiques, le support technologique ne servira pas uniquement à vérifier le résultat final d'un calcul mais aussi et surtout à valider pas à pas les étapes d'un calcul ou d'une résolution. Dans certaines situations, il pourra être exploité les fonctionnalités du support pour obtenir directement un résultat particulier.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Exponentielles et logarithmes	*En complément des notions vues en 6ème année, l'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ connaître les propriétés algébriques des puissances et logarithmes : $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$ $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$ $\log_a\left(\dfrac{1}{u}\right) = -\log_a u$ $\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$ $\log_a\left(u^n\right) = n \cdot \log_a u$ où $a,b,u,v \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0;1\}$, $m,n \in \mathbb{R}$ ▪ le sens du nombre e	*L'élève doit savoir et/ou être capable de:* ▪ vérifier les propriétés des logarithmes et des puissances ▪ déterminer les conditions d'existence éventuelles et résoudre une équation ou une inéquation comportant des logarithmes et/ou des exponentielles

Sauf précision supplémentaire, un élève doit être capable d'appliquer sans support technologique les notions qui suivent dans la colonne « Connaissances et compétences » pour les fonctions de base ci-dessous détaillées, pour $a,b,c \in \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{Z}$:

- fonctions polynômes $P(x)$ de degré ≤ 3
- $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ où $P(x)$ et $Q(x)$ sont des fonctions polynômes de degré ≤ 2
- $a+\lambda\sqrt{bx+c}$; $\sqrt{ax^2+bx+c}$
- $a+\lambda\cos(bx+c)$; $a+\lambda\sin(bx+c)$; $\tan x$
- $c+\lambda\ln(ax+b)$; $\lambda x^{\alpha}\ln x$ pour $\alpha \in \{-2;-1;0;1;2\}$
- λe^{ax+b} ; $ce^{2x}+de^{x}+f$; $c\cdot\left(e^{ax}+e^{-ax}\right)$; $e^{ax}\left(ax^2+bx+c\right)$

L'utilisation du support technologique permet dans cette partie non seulement de confirmer les résultats obtenus sans calculatrice mais de réinvestir les procédés, pas à pas, pour des fonctions autres que celles de base. Dans certains cas, on utilisera l'outil pour avoir un résultat immédiat.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Etude de fonctions réelles d'une variable réelle	*En complément des notions vues en 6ème année, l'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ définir la notion de réciproque d'une bijection ▪ étudier la fonction logarithme népérien et la fonction exponentielle de base *e* ▪ préciser les caractéristiques suivantes pour toute fonction définie ci-dessus : ○ ensemble de définition ○ intersections avec les axes ○ limites ○ asymptote(s) ○ dérivée et variations ○ tangente en un point donné ○ extrema éventuels	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ tracer la courbe représentative d'une fonction ▪ choisir des unités et une fenêtre adéquates qui permettront d'observer une propriété donnée de la courbe représentative ▪ utiliser l'outil pour réaliser les calculs, pas à pas, permettant de préciser l'ensemble des caractéristiques définies dans la colonne « Connaissances et compétences » ▪ manipuler de manière dynamique les graphes des fonctions ln et exp pour rechercher les caractéristiques des fonctions correspondantes ▪ utiliser l'outil curseur pour représenter et étudier

	○ concavité de la courbe et point(s) d'inflexion éventuel(s) ○ esquisse de la courbe représentative	les graphiques des familles de fonctions à un ou plusieurs paramètres ▪ utilisation de l'outil de calcul formel pour déterminer la fonction réciproque d'une fonction bijective ▪ observer la symétrie des courbes représentatives d'une fonction bijective et de sa fonction réciproque ▪ étudier les fonctions réciproques des fonctions trigonométriques ($\arcsin x$, $\arccos x$ et $\arctan x$) ▪ étudier les fonctions $x \mapsto \log_a x$ et $x \mapsto a^x$ avec $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0;1\}$
Intégration	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ comprendre la notion de primitives d'une fonction continue sur un intervalle ▪ déterminer l'ensemble des primitives des fonctions suivantes : $x^k \left(k \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\}\right)$, $\frac{1}{x}$, $\sin x$, $\cos x$ et e^x ▪ comprendre la notion d'intégrale d'une fonction sur un intervalle $[a,b]$, $a,b \in \mathbb{R}$ ▪ connaître la notion d'intégrale impropre : $\int_a^{+\infty} f(x)dx$, $\int_{-\infty}^{b} f(x)dx$ et $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ avec $a,b \in \mathbb{R}$ (savoir les calculer dans des cas simples) ▪ connaître les propriétés suivantes des intégrales : ○ si $a \le b$ et si $f(x) \ge 0$ sur $[a,b]$, alors $\int_a^b f(x)dx \ge 0$	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ résoudre des problèmes avec ou sans paramètres utilisant ○ des primitives ○ des intégrales ○ des calculs d'aires ○ des calculs de volumes. ○ des calculs de longueurs de courbes *On abordera tant des études purement théoriques que des applications à certains phénomènes physiques, biologiques, économiques ou autres.*

	- si $a \le b$ et si $f(x) \le g(x)$ sur $[a,b]$, alors $\int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$ - si $a \le b$ et si $m \le f(x) \le M$ sur $[a,b]$, alors $m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$ - $\int_a^a f(x)dx = 0$ - $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$ - $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$ - $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ - $\int_a^b [\lambda f(x)]dx = \lambda \int_a^b f(x)dx$ ▪ calculer une intégrale, par intégration directe, des fonctions suivantes : $x^k \left(k \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\}\right)$, $\frac{1}{x}$, $\sin x$, $\cos x$ et e^x ▪ calculer une intégrale des fonctions ci-dessous ou des fonctions qui s'y ramènent par une transformation simple (y compris par un changement de variable) : - fonctions polynômes $P(x)$ de degré ≤ 3 - $\frac{ax+b}{cx+d}$ - $a + \lambda\sqrt{bx+c}$ - $a+\lambda\cos(bx+c)$; $a+\lambda\sin(bx+c)$; $\tan x$ - $(ax+b)\cdot\sin(cx)$; $(ax+b)\cdot\cos(cx)$	

	 ○ $c+\lambda\ln(ax+b)$; $\lambda x^{\alpha}\ln x$ ○ λe^{ax+b} ; $ce^{2x}+de^{x}+f$; $c\cdot\left(e^{ax}+e^{-ax}\right)$; $e^{ax}\left(ax^{2}+bx+c\right)$ pour a, b, $c\in\mathbb{R}$, $\lambda\in\mathbb{Z}$ et pour $\alpha\in\{-2\,;-1\,;0\,;1\,;2\}$ ▪ calculer des intégrales par les méthodes suivantes : ○ intégration par parties ○ intégration par changement de variable ▪ interpréter graphiquement une intégrale par une aire ▪ appliquer la théorie de l'intégration : ○ au calcul d'aires planes ○ au calcul de volumes de révolution autour de l'axe des abscisses *(Dans cette partie, le but n'est pas d'évaluer les capacités calculatoires d'un élève mais sa compréhension de l'intégration.)*	

Géométrie (à titre indicatif : 40 périodes)

L'utilisation du support technologique permet dans cette partie, non seulement de confirmer les résultats obtenus sans calculatrice mais de réinvestir les procédés, pas à pas, pour des problèmes qui requièrent des calculs plus complexes. Dans certains cas, on utilisera l'outil pour avoir un résultat immédiat.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Géométrie analytique	*Toutes ces notions doivent pouvoir être résolues sans calculatrice. Cependant, le but dans la partie sans calculatrice n'est pas d'évaluer les capacités calculatoires d'un élève mais sa compréhension de la géométrie.* *<u>Dans tout le chapitre de géométrie, le repère sera toujours choisi orthonormé</u>.* *En complément des notions vues en 6ème année, l'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ déterminer l'équation cartésienne d'une sphère ▪ déterminer les positions relatives (point(s) d'intersection éventuel(s) et/ou équation(s) si approprié) de deux objets pris parmi : o point o droite o plan o sphère ▪ déterminer le projeté orthogonal : o d'un point dans un plan o d'un point sur une droite o d'une droite dans un plan. ▪ déterminer le centre du cercle intersection d'une sphère et d'un plan ou de deux sphères	*L'outil technologique et ses performances calculatoires permettront à l'élève de résoudre des problèmes géométriques faisant intervenir deux ou davantage d'objets géométriques (par exemple : trois plans ou plus, deux sphères et un plan, etc.)* *L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ calculer les produits scalaire et vectoriel de deux vecteurs

	▪ calculer la distance entre : o deux points o un point et un plan o deux plans parallèles o une droite et un plan qui lui est parallèle o deux droites o un point et une sphère o une droite et une sphère ▪ déterminer l'angle aigu, s'il existe, entre : o deux droites o deux plans o une droite et un plan ▪ déterminer une équation de la perpendiculaire commune à deux droites ▪ déterminer une équation du plan médiateur d'un segment ▪ déterminer une équation du plan de symétrie de deux plans parallèles ou de chacun des plans bissecteurs de deux plans sécants	

Probabilités (à titre indicatif : 40 périodes)

L'utilisation du support technologique permet dans cette partie, non seulement de remplacer l'utilisation des tables de probabilités classiques mais donne aux élèves la possibilité d'explorer et d'appliquer les concepts introduits dans la colonne « Connaissances et compétences ». Dans certains cas, on utilisera l'outil pour avoir un résultat immédiat.
Aucun développement théorique ni aucune démonstration ne pourront faire l'objet d'une question au baccalauréat. L'élève devra être en mesure d'appliquer dans des cas simples, sans support technologique, les concepts présentés dans cette section consacrée aux probabilités.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Lois conditionnelles de probabilité	*En complément des notions vues en 6ème année, l'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ que l'indépendance de deux événements est un cas particulier des probabilités conditionnelles ▪ traiter des cas faisant intervenir au plus trois épreuves indépendantes, non nécessairement identiques : $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$ ▪ étudier un schéma de Bernoulli à trois épreuves successives ▪ connaître et appliquer : ○ le principe des probabilités totales : $P(B) = P(A_1) \times P(B\|A_1) + P(A_2) \times P(B\|A_2)$ ○ la formule de Bayes : $P(A_k\|B) = \frac{P(A_k) \times P(B\|A_k)}{P(B)}, \; k \in \{1; 2\}$	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ traiter des cas faisant intervenir *n* épreuves indépendantes, non nécessairement identiques ▪ appliquer le principe des probabilités totales et la formule de Bayes pour $n \leq 3$

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Distributions discrètes	*En complément des notions vues en 6ème année, l'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ comprendre les notions suivantes : ○ variable aléatoire discrète ○ fonction de distribution d'une variable aléatoire discrète ○ fonction de répartition d'une variable aléatoire discrète : $F(x)=P(X\le x)=\sum_{x_i\le x} p(x_i)$ ○ espérance mathématique, variance et écart-type d'une variable aléatoire discrète : $E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X=x_i)$, $Var(X)=E(X^2)-E^2(X)$ où $E(X^2)=\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot P(X=x_i)$ ▪ préciser et appliquer la loi de probabilité d'une variable aléatoire binomiale : $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ ▪ connaître et appliquer les formules de l'espérance, de la variance et de l'écart-type d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale : $\mu=np$ et $Var=\sigma^2=np(1-p)$	*Tous les calculs utilisant les lois de probabilité seront menés à l'aide du support technologique.* *L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ calculer explicitement des probabilités en utilisant la formule $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ ▪ déterminer la fonction de répartition d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale ▪ représenter graphiquement une fonction de distribution ▪ calculer la variance et l'écart-type d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale (Les élèves doivent être capables d'utiliser un tableur pour effectuer pas à pas les calculs liés à une loi binomiale) ▪ appliquer et utiliser la loi de Poisson

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Variables aléatoires continues	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ comprendre les notions suivantes : ○ variable aléatoire continue ○ densité de probabilité *f* d'une loi continue : $f \geq 0$ et $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ ○ fonction de répartition d'une variable aléatoire continue, en liaison avec le calcul intégral : $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$ et $F(k) = P(X \leq k) = \int_{-\infty}^{k} f(x)dx$, où *f* représente la densité de probabilité ○ espérance, variance et écart-type d'une variable aléatoire continue : $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$ et $V(X) = E(X^2) - E^2(X)$, avec $E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx$ ▪ comprendre le concept d'une distribution normale et d'une loi normale centrée réduite $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* ▪ utiliser la loi normale ▪ se ramener à la loi normale centrée réduite par le changement de variable $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

<table>
<tr><th>Sujets</th><th>Connaissances et compétences</th><th>Support technologique</th></tr>
<tr><td>Modéliser</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de :
connaître les conditions d’application des distributions suivantes à une variable aléatoire :
loi discrète uniforme
loi continue uniforme
loi binomiale
loi de Poisson
de juger de la pertinence d’un modèle d’approximation d’une distribution donnée</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de :
modéliser une situation donnée à l’aide d’une des lois de distribution suivantes :
loi discrète uniforme
loi continue uniforme
loi binomiale
loi de Poisson
loi normale
proposer une loi normale adaptée à des données fournies dans un tableau ou un diagramme
reconnaître les conditions d’approximation d’une loi binomiale par une loi de Poisson ($n > 50$ et $p < 0{,}1$)
reconnaître les conditions d’approximation d’une loi binomiale par une loi normale $\left(npq > 9\right)$ et calculer les probabilités demandées en utilisant la correction de continuité $z = \frac{x \pm 0{,}5 - \mu}{\sigma}$</td></tr>
</table>