Ecoles européennes

Bureau du Secrétaire Général
Unité de développement pédagogique

Ref. : 2010-D-621-fr-2

Orig. : FR

S6ma

PROGRAMME DE MATHEMATIQUES ANNEE 6 DU SECONDAIRE

Cours approfondi à 3 périodes/semaine

APPROUVE PAR LE COMITE PEDAGOGIQUE MIXTE DES 4 ET 5 FEVRIER 2010 A BRUXELLES

Entrée en application en septembre 2010

MATIERE OBLIGATOIRE

1. *Fondements mathématiques : ensembles, logique, relations et structure de groupe* (*à titre indicatif : 25 périodes*)

Négligés et réduits à la portion congrue du fait d'un accent mis principalement sur l'apprentissage et la manipulation des objets traditionnels de l'enseignement mathématique en fin de cursus secondaire, les fondements que constituent les ensembles, la logique, le raisonnement mathématique, les notions de relation et d'application, tout comme la notion de groupe, structure algébrique incontournable, seront ici réhabilités. On mettra donc en évidence qu'au-delà d'une technique, les mathématiques sont avant tout un mode de pensée rigoureux. Il sera vivement conseillé de placer cette unité en début d'année car il pourra y être fait référence tout au long de l'année, y compris des allusions, à l'occasion, dans le cours semi-approfondi à 5 périodes.

Dans cette unité, consacrée aux fondements mêmes des mathématiques, l'appoint d'un support technologique ne devrait que peu bouleverser la tenue d'un cours « traditionnel ». Il est cependant laissé toute liberté à l'enseignant qui verrait dans l'utilisation du support une valeur ajoutée à son enseignement. Toutefois, aucune compétence ne saurait être exigible au sens strict.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Notions ensemblistes	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • expliciter et mettre en œuvre les notions d'ensemble, d'ensemble vide, de sous-ensemble, d'inclusion et d'égalité de deux ensembles, de complémentaire d'un ensemble, d'union et d'intersection d'ensembles, de relation entre union et intersection d'ensembles (distributivité de l'une par rapport à l'autre et lois de Morgan), de cardinal d'un ensemble, d'ensemble des parties d'un ensemble et de produit cartésien d'ensembles.	
Logique, vocabulaire et raisonnement	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • manipuler les notions de base de la logique mathématique, à savoir	

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	les notions de proposition, de formule, de conjonction ou de disjonction d'un énoncé ou d'une formule, d'implication, de négation d'un énoncé, d'une proposition ou d'une implication, d'équivalence, de quantificateurs existentiel et universel • ce que désigne un axiome, un lemme, un théorème, un corollaire, une condition nécessaire et/ou suffisante, le principe de Dirichlet • mettre en œuvre les méthodes de démonstration classiques des mathématiques, notamment pour démontrer une égalité : o méthode de l'hypothèse auxiliaire o méthode de la disjonction des cas o démonstration par contraposée o démonstration par l'absurde o le contre-exemple o la démonstration par récurrence	
Relations et applications	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • utiliser les notions de relation binaire, de graphe d'une relation, relation réciproque, de relations d'ordre et d'équivalence, de fonction, d'application, d'injection, de surjection, de bijection, de relation réciproque	
Groupes	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • définir et utiliser les notions de loi de composition interne, d'associativité et de commutativité d'une telle loi, d'élément neutre, d'élément symétrique, d'élément régulier, de groupe (dont abélien) ; l'élève devra connaître les propriétés suivantes dans un groupe : unicité de l'élément neutre et du symétrique, régularité de tous les éléments avec incidence sur la résolution d'équations ; il devra	

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	étudier au cours de son cursus les notions : o de groupes infinis : ▪ ensembles de nombres ▪ quelques groupes de transformations géométriques du plan, de façon purement géométrique, comme par exemple ❖ les translations ❖ les homothéties de même centre ❖ les translations et les symétries centrales ❖ les translations et les homothéties de même centre ❖ les translations et les rotations. L'étude de ces groupes trouvera également sa place dans l'option consacrée aux similitudes ▪ groupe infini des fonctions affines o de groupes finis : ▪ d'établir le tableau de Pythagore (appelés aussi table de Cayley) d'une loi de composition interne ▪ connaître les propriétés spécifiques du tableau de Pythagore d'un groupe et établir ces tableaux pour : ❖ un groupe quelconque (G,*) à 2, 3 ou 4 éléments ❖ les groupes des symétries du triangle équilatéral, du rectangle et du carré ❖ les groupes des permutations d'un ensemble fini ($n \leq 4$) ❖ les groupes des congruences modulo n • connaître la définition d'homomorphisme et d'isomorphisme de groupes, illustrée sur les groupes précédemment étudiés.	

2. ***Déterminants et algèbre linéaire*** **(*à titre indicatif : 25 périodes*)**

Cette unité a pour objectif d'approfondir et de généraliser les concepts et les méthodes mises en place les années antérieures pour la résolution et l'interprétation géométrique des systèmes d'équations linéaires à 2 ou 3 inconnues.
En partant des connaissances déjà acquises l'introduction des notions de matrice, déterminant, combinaison linéaire, dépendance et indépendance linéaire ainsi que de la notion de rang d'une matrice permettra à l'élève de comprendre en partant du concret les concepts fondamentaux de l'algèbre linéaire et d'aborder non seulement la résolution des systèmes linéaires quelconques mais également d'avoir un aperçu sur les nombreuses applications concrètes de l'algèbre linéaire pour la résolution de problèmes concrets de la vie de tout les jours.
Le premier paragraphe de cette unité risque, selon les cultures d'enseignements déjà être plus ou moins connu net maîtrisé par les élèves. Selon les cas, ce paragraphe peut-être soit comme un rappel des notions étudiées antérieurement, soit comme un pré requis pour bien mettre en place la généralisation souhaitée par cette unité.
Il est important de souligner que les applications citées au dernier paragraphe ne sont en aucune façon exhaustives et le professeur est libre d'en étudier d'autres pour mettre en valeur la puissance des concepts mathématiques mise en place dans cette unité. Citons par exemple des applications de la méthode du simplexe ou les problèmes variés d'optimisation. Cependant, il est absolument indispensable, que trois cas d'utilisation des outils fournis par l'algèbre linéaire soient étudiées de façon détaillée et que l'élève soit à même d'utiliser ces outils pour la résolution de problèmes concrets.
L'élève devra être capable de maîtriser les opérations de base sur les systèmes d'équations, les matrices ou les déterminants inférieurs à l'ordre 3 sans faire appel à l'outil technologique, l'utilisation de cet outil sera une aide capitale pour tous les exercices faisant intervenir un ordre supérieur à 3, la calcul de la puissance ou de l'inverse d'une matrice ainsi que pour le calcul de déterminants d'ordre supérieur à 3. Il sera de même pour tous les problèmes faisant intervenir un ou plusieurs paramètres.
La chronologie des unités et l'insertion des applications répertoriées dans la dernière unité sont laissées à l'appréciation du professeur.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Systèmes d'équations. Méthode du pivot de Gauss	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • reconnaître des systèmes équivalents ainsi que d'effectuer les opérations qui permettent de transformer un système en un système équivalent • connaître les notions de systèmes compatibles, incompatibles, déterminés et indéterminés et reconnaître ces systèmes en établissant des relations entre les équations qui forment le système ou en interprétant géométriquement des systèmes de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues • transformer un système donné en un système triangulaire équivalent • étudier et résoudre des systèmes par la méthode du pivot de Gauss (échange de deux lignes. multiplication d'une ligne par un nombre non nul, addition d'un multiple d'une ligne à une autre ligne) • appliquer la méthode du pivot de Gauss pour discuter des systèmes qui dépendent d'un paramètre • traduire un problème concret à l'aide d'un système d'équations, résoudre ce système et interpréter la solution obtenue L'interprétation géométrique et la résolution de systèmes simples sans calculatrice se limiteront aux systèmes linéaires de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • introduire des matrices dans l'outil technologique • résoudre des systèmes d'équations de type $n \times n$ • résoudre des systèmes non linéaires à 2 inconnues en utilisant le mode graphique de l'outil technologique. (une des inconnues doit pouvoir s'exprimer en fonction de l'autre dans chacune des équations) • vérifier la validité des transformations effectuées • appliquer pas à pas la méthode de Gauss • calculer directement la matrice triangulaire du système • vérifier les résultats obtenus dans des exercices effectués sans l'outil
Généralités sur les matrices	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • connaître et manipuler les notions suivantes : o matrices du type $m \times n$ notées $\left(a_{i,j}\right)_{1\le i\le m, 1\le j\le n}$ où *m* indique le nombre de lignes et *n* le nombre de colonnes, matrice (vecteur) ligne, matrice (vecteur) colonne, sous-matrice d'une matrice,	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • effectuer les opérations sur des matrices de type quelconque • calculer la transposée d'une matrice

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	matrice transposée, matrice nulle o matrices carrées du type $n \times n$, dont les matrices symétriques, triangulaires et diagonales o écrire une matrice qui remplit certaines conditions ou représenter l'énoncé d'un problème concret à l'aide d'une matrice.	
Opérations sur les matrices	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • additionner deux matrices du type $m \times n$ • multiplier une matrice de type $m \times n$ par un nombre réel • comprendre que l'ensemble des matrices de type $m \times n$ muni de l'addition est un groupe commutatif • multiplier une matrice de type $m \times p$ par une matrice de type $p \times n$, et plus particulièrement une matrice de type $m \times p$ par une matrice de type $p \times m$ • que la multiplication des matrices de type $n \times n$ est une opération interne, associative, qui possède un élément neutre mais qui n'est pas commutative • de calculer pour des matrices carrées de type 2×2 l'inverse de la matrice en utilisant un système d'équations, (on se limitera à des cas simples) • comprendre qu'en général un ensemble des matrices de type $n \times n$ muni de la multiplication des matrices n'a pas la structure de groupe • résoudre des équations matricielles simples du type $A \times X = B$ • écrire un système d'équations linéaires sous forme matricielle • calculer des puissances *n*-ièmes de matrices carrées dans des cas simples.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • calculer la puissance d'une matrice • vérifier les propriétés des opérations sur les matrices • trouver pour une matrice donnée *A*, toutes les matrices qui commutent avec *A*, c'est- à dire : $A \times X = X \times A$ • résoudre des équations matricielles • vérifier les résultats obtenus dans des exercices effectués sans l'outil
Déterminants	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :*	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :*

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
d'ordre *n*	• calculer des déterminants d'ordre 2 et 3 en faisant des produits de diagonales (règle de Sarrus) et comprendre qu'il s'agit d'un algorithme qui découle de l'étude des systèmes linéaires à 2 équations et 2 inconnues ou 3 équations et 3 inconnues • comprendre que les déterminants d'ordre *n*, avec $n \geq 3$, se calculent en développant selon une ligne ou une colonne et que le résultat est indépendant de la ligne ou de la colonne choisie ; pour cela on déterminera les mineurs $m_{i,j}$, déterminants de la sous-matrice obtenue en supprimant la *i*-ième ligne et la *j*-ième colonne, des éléments $a_{i,j}$ et les cofacteurs A_{ij}, $A_{i,j} = (-1)^{i+j} m_{i,j}$, des éléments $a_{i,j}$ • calculer un déterminant simple d'ordre 4 sans l'aide du support technologique • d'appliquer pour le calcul d'un déterminant les propriétés suivantes valables pour un déterminant d'ordre *n* (par simplicité de rédaction ci-dessous pour l'ordre 3) : o $\det(C_1, C_2, C_3) = -\det(C_2, C_1, C_3)$ o $\det(rC_1, C_2, C_3) = r\det(C_1, C_2, C_3)$ o $\det(C_1^{'} + C_1^{''}, C_2, C_3) = \det(C_1^{'}, C_2, C_3) + \det(C_1^{''}, C_2, C_3)$ o tout déterminant contenant une colonne (ou une ligne) formée exclusivement de zéros est nul o tout déterminant contenant deux colonnes (ou deux lignes) identiques est nul o tout déterminant contenant deux colonnes (ou deux lignes) proportionnelles est nul	• calculer le déterminant d'une matrice carrée • vérifier les propriétés des déterminants • obtenir des zéros dans une ligne (ou une colonne) d'un déterminant • résoudre des problèmes à l'aide des déterminants • calculer le rang d'une matrice

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	o $\det\left(C_1 + rC_2 + sC_3, C_2, C_3\right) = \det\left(C_1, C_2, C_3\right)$ o $\det\left(M \times N\right) = \det\left(M\right) \cdot \det\left(N\right)$ pour *M* et *N* deux matrices carrées • calculer des déterminants contenant un ou plusieurs paramètres et discuter pour quelles valeurs ce déterminera sera nul	
Combinaisons linéaires, dépendance et indépendance linéaire, rang d'une matrice	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • en se basant sur les connaissances acquises au cours des années antérieures au cours de l'étude de l'ensemble des vecteurs du plan : o donner la définition de combinaison linéaire de matrices (vecteurs) lignes ou colonnes o définir les notions de dépendance et d'indépendance linéaire de matrices (vecteurs) lignes ou colonnes (on utilisera la propriété fondamentale de l'indépendance linéaire : $\alpha_1 C_1 + \alpha_2 C_2 + \cdots + \alpha_n C_n = O \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0$) o vérifier la dépendance ou l'indépendance linéaire de matrices (vecteurs) lignes ou de matrices (vecteurs) colonnes par simple observation, par des arguments théoriques ou en utilisant la propriété fondamentale o définir la notion de matrice carrée régulière, (de déterminant non nul) o définir le rang d'une matrice *A* comme l'ordre le plus élevé d'une sous matrice régulière ou comme le nombre maximum de matrices colonne (lignes) de *A* linéairement indépendantes o déterminer le rang d'une matrice par simple observation de ses éléments dans des cas simples ou évidents, en utilisant les déterminants des sous matrices ou par méthode du pivot de Gauss o discuter le rang d'une matrice dépendant d'un paramètre	

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	o utiliser les déterminants pour vérifier la dépendance ou l'indépendance linéaire de matrices (vecteurs) lignes ou colonnes	
Matrice inverse d'une matrice carrée régulière	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • vérifier si une matrice donnée est régulière ou pas • déterminer les mineurs $m_{i,j}$, déterminants de la sous-matrice obtenue en supprimant la *i*-ième ligne et la *j*-ième colonne, des éléments $a_{i,j}$ • déterminer les cofacteurs A_{ij} , $A_{i,j} = (-1)^{i+j} m_{i,j}$, des éléments $a_{i,j}$ • déterminer la matrice inverse d'une matrice donnée en multipliant la transposée de la matrice formée par les cofacteurs par l'inverse du déterminant de la matrice • justifier que l'ensemble des matrices carrées régulières d'ordre 2 forme un groupe non commutatif pour la multiplication des matrices • utiliser les matrices inverses pour résoudre des systèmes d'équations linéaires mis au préalable sous forme matricielle.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • vérifier si une matrice est régulière • chercher le rang d'une matrice • calculer la matrice inverse d'une matrice • utiliser l'outil technologique pour des exercices faisant intervenir des paramètres
Résolution de systèmes *m*×*n* à l'aide des déterminants	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • appliquer le théorème de Rouché à la résolution et la discussion de systèmes d'équations linéaires du type $m\times n$ • appliquer la règle de Cramer à la résolution et la discussion de systèmes d'équations linéaires du type $n\times n$ • appliquer le théorème de Rouché et la règle de Cramer à la résolution et la discussion de systèmes d'équations linéaires dépendant d'un ou	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • résoudre par la règle de Cramer des systèmes de type $n \times n$

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	plusieurs paramètres • résoudre des systèmes homogènes Tous les exercices sans calculatrice se limiteront à des cas simples de systèmes de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues.	
Applications	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • traiter trois des applications suivantes, exclusivement à l'aide de l'outil technologique, le choix des applications appartenant au professeur : o résoudre des problèmes de probabilité comportant une stabilisation à long terme (voir exemple 1) o étudier des situations se rapportant à la dynamique de groupes pour obtenir des conclusions à propos du leadership, des individus isolés, des groupes de pression, etc (voir exemple 2 et 4) o utiliser les puissances d'une matrice pour résoudre des problèmes de graphes (voir exemple 3) o utiliser le produit de matrices pour résoudre des problèmes de la santé publique. (voir exemple 5) o utiliser le produit d'une matrice par un vecteur pour étudier l'évolution d'une population ou des mouvements migratoires (voir exemples 6 et 7) o utiliser le produit d'une matrice par un vecteur pour étudier des mouvements migratoires. (voir exemple 7) o utiliser le produit de matrices pour analyser des processus de production (voir exemple 8) o étudier une chaîne de Markov dans une des situations suivantes ou toute autre (voir exemple 9) o urbanisme et prévision de mouvements de citadins. (voir exemple 10) o utiliser l'inverse d'une matrice pour résoudre des problèmes de	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • utiliser au mieux les possibilités du support technologique pour résoudre les exemples d'applications ci-contre

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	cryptographie (voir exemple 11) o exprimer les transformations du plan à l'aide de leurs matrices associées (voir exemple 12) o examiner un cas simple de problème menant à la recherche des valeurs propres (voir exemple 13) N.B. : les exemples seront mis à la disposition du professeur dans un document d'accompagnement.	

3. *Analyse numérique* (*à titre indicatif : 20 périodes*)

L'objectif de cette unité est multiple.
D'une part, on mettra en évidence que la notion d'algorithme est inhérente à bon nombre de procédures déjà rencontrées par l'élève et faisant référence, sans que le mot n'ait été prononcé jusque là, à l'algorithmique. On pourra citer des exemples tels que ceux indiqués ci-dessous n'est pas véritablement un nouvel objet
D'une part, il convient de présenter des méthodes numériques applicables à deux types de problèmes mathématiques : recherche des zéros d'une fonction et calculs approchés d'intégrales, en attendant pour ces derniers les développements du cours semi-approfondi à 5 périodes de 7ème année.
Conjointement, la mise en œuvre de ces méthodes nécessitera une initiation de l'élève aux grands principes de l'algorithmique (gestion des entrées-sorties ou encore affectation d'une valeur et mise en forme d'un calcul).
D'autre part, on exploitera aussi les possibilités offertes par un tableur dans un contexte mathématique.
Par ailleurs enfin, le souci de rigueur du mathématicien se manifestera par la quantification de l'erreur, mettant ainsi en évidence que malgré des possibilités formelles incomplètes, le calcul numérique se doit d'être « sous contrôle ».
De façon générale, cette section est tout particulièrement propice à la rigueur, l'élève étant également amené à pratiquer vérification et contrôle des résultats.
N.B. : ce cours de mathématiques « appliquées » n'a cependant aucune vocation à se substituer de quelque façon que ce soit à un cours d'informatique.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique

Notions d'algorithmique	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :*
	• définir la notion d'algorithme
	• lire et comprendre un algorithme
	• écrire un algorithme dans des cas simples comme par exemple :
	  o les divisions euclidienne ou décimale
	  o l'encadrement d'une racine carrée par balayage
	  o l'approximation d'une racine carrée par l'algorithme de Babylone
	  o l'approximation de π par une méthode quelconque
	  o la résolution d'une équation du second degré ou d'un système d'équations	

<table>
<tr><th>Sujets</th><th>Connaissances et compétences</th><th>Support technologique</th></tr>
<tr><td></td><td>o la recherche du PGCD de deux nombres, par l’algorithme d’Euclide notamment
o le calcul de la puissance n-ième ou de la factorielle d’un nombre (algorithme récursif)</td><td></td></tr>
<tr><td>Résolution d’équations non linéaires</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de :
comprendre, expliquer et représenter les méthodes :
o des pas décimaux (ou par balayage)
o de dichotomie
o du type $x_{n+1} = f(x_n)$
▪ méthode de Lagrange, dite aussi des sécantes
▪ méthode de Newton, dite aussi des tangentes
▪ méthode de recherche du point fixe $f(x) = x$
mettre en évidence les hypothèses ou conditions éventuelles qui doivent être satisfaites</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de :
mettre en œuvre chacune des méthodes ci-contre, algébriquement et dans un tableur
appliquer les algorithmes correspondants à ces méthodes, étape par étape
représenter graphiquement quelques boucles de l’algorithme
juger de la pertinence (convergence ou non) d’un algorithme
juger de la rapidité de convergence d’un algorithme</td></tr>
<tr><td>Calcul d’aires</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de :
comprendre, expliquer et représenter les méthodes :
o des rectangles (à droite, au milieu, à gauche)
o des trapèzes
o de Simpson
quantifier l’erreur commise pour les deux premières méthodes ; pour la troisième méthode, la démonstration est laissée à la libre appréciation de l’enseignant</td><td>L’élève doit savoir et/ou être capable de :
mettre en œuvre chacune des méthodes ci-contre, algébriquement et dans un tableur
appliquer les algorithmes correspondants à ces méthodes, étape par étape
représenter graphiquement quelques boucles de l’algorithme
juger de la rapidité de convergence d’un algorithme</td></tr>
</table>

MATIERE OPTIONNELLE (une option à choisir)

Option A : Espaces vectoriels (*à titre indicatif : 20 périodes*)

La structure d'espace vectoriel sur un corps donné est fondamentale. Elle apparaît naturellement en géométrie dès lors que l'on liste les propriétés de l'ensemble des vecteurs du plan, ou de l'espace, muni des opérations usuelles, mais aussi dans l'ensemble des polynômes à une indéterminée ou encore l'ensemble des matrices $m \times n$. D'autres exemples, à la complexité mesurée, pourront être présentés. Indissociable aussi, la notion de sous-espace vectoriel ne sera pas négligée. Ainsi, les concepts de base seront définis et pratiqués. Enfin, évoquer l'isomorphisme existant entre tout espace vectoriel de dimension n et $\mathbb{R}^n$ est incontournable.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Espaces vectoriels	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • définir un espace vectoriel (la définition de la structure algébrique de corps sera sommairement décrite et illustrée à l'aide des exemples simples et familier à l'élève ($\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ munis des opérations usuelles), de même que la distinction entre loi interne et loi externe) • connaître les propriétés suivantes : o $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$ o $\lambda \cdot \vec{0} = \vec{0}$ o $(-1) \cdot \vec{u} = -\vec{u}$ o $\lambda \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$ • calculer des combinaisons linéaires de vecteurs • connaître au moins les exemples issus des cours de 4ème et/ou de 5ème année : o espace vectoriel des vecteurs du plan ou de l'espace o espace vectoriel des polynômes o ({fonctions continues}, $+$, $\mathbb{R}$, $\times$)	

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	o $\left(\mathbb{R}^n,+,\mathbb{R},\times\right)$	
Sous-espaces vectoriels	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • définir un sous-espace vectoriel • préciser les conditions suffisantes pour qu'un ensemble soit un sous-espace vectoriel • définir des familles génératrices, libres ou liées • définir une base, base rangée • définir la dimension d'une base • connaître des relations (implications) entre famille génératrice, famille libre, base et dimension • comprendre et décrire l'existence d'un isomorphisme entre un espace vectoriel de dimension n et $\mathbb{R}^n$ • connaître au moins les exemples suivants : o la droite, EV de dimension 1 o le plan, EV de dimension 2 o l'espace et l'ensemble des polynômes de degré inférieur ou égal à 2, EV de dimension 3 o l'ensemble des polynômes de degré inférieur ou égal à 3 et l'ensemble des matrices carrées 2×2 , EV de dimension 4.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • utiliser à bon escient les possibilités du support pour tout travail dans un espace de dimension supérieure ou égale à 3

Option B : Isométries positives et similitudes directes dans le plan complexe (***à titre indicatif : 20 périodes***)

Cette unité vient en complément des chapitres dévolus aux nombres complexes dans le cours à 5 périodes. On privilégiera essentiellement l'aspect géométrique, mais on pourra à l'occasion exploiter les possibilités de l'outillage complexe pour démontrer certaines formules trigonométriques. Ce dernier volet pourra notamment être réinvesti dans l'option obligatoire de 7ème année consacrée aux équations et fonctions trigonométriques. En outre, le contenu de la présente unité permet de simplifier considérablement certaines démonstrations du chapitre consacré aux fondements mathématiques (structure de groupe).

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Interprétation géométrique des opérations sur les nombres complexes	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • interpréter géométriquement les opérations sur les nombres complexes : o somme o produit par un réel o produit par un imaginaire pur o produit par un complexe quelconque o inverse d'un complexe o conjugué	
Fonctions ***f*(*z*) = *a z* + *b***	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • comprendre la notion de fonction à valeurs complexes d'une variable complexe • donner l'interprétation géométrique de chacune des applications suivantes de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$, ou de leurs composées : $z \mapsto z + a \ (a \in \mathbb{R})$ $z \mapsto kz \ (k \in \mathbb{R})$ $z \mapsto (\cos\theta + i\sin\theta)z \ (\theta \in \mathbb{R})$ et réciproquement	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • réaliser tous les calculs requis, dont les résolutions d'équations, à l'aide des écritures algébrique, trigonométrique, exponentielle ou matricielle

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	• étudier les fonctions *f* définie par la forme $f\left(z\right)=az+b$ (*a* complexe non nul) : o point(s) fixe(s) o conservation des angles et des rapports o interprétation géométrique o réciproque • forme matricielle d'une telle fonction et de la réciproque	
Similitudes directes	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • associer à chaque similitude sa fonction complexe associée et réciproquement • composée de similitudes • groupe des similitudes directes (isomorphisme) • images d'une droite, d'un cercle, d'un polygone	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • construire les images de points ou de figures par les transformations intervenant dans ce paragraphe (symétrie centrale, réflexion, translation, rotation, homothétie et leurs composées)
Isométries positives	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • associer à chaque isométrie sa fonction complexe associée et réciproquement • composée d'isométries • groupe des isométries positives (isomorphisme) • images d'une droite, d'un cercle, d'un polygone	*L'élève doit savoir et/ou être capable de :* • construire les images de points ou de figures par les transformations intervenant dans ce paragraphe (symétrie centrale, réflexion, translation, rotation et leurs composées)