Ecoles européennes

Bureau du Secrétaire Général
Unité de développement pédagogique

Ref. : 2010-D-611-fr-3

Orig. : FR

S6P5 PROGRAMME DE MATHEMATIQUES 6e ANNEE DU SECONDAIRE

Cours semi approfondi à 5 périodes/semaine

APPROUVE PAR LE COMITE PEDAGOGIQUE MIXTE DES 4 ET 5 FEVRIER 2010 A BRUXELLES

Entrée en vigueur en Septembre 2010

ALGEBRE (A titre indicatif : 20 périodes)

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Introduction des logarithmes	Introduction des logarithmes de base a entier naturel à partir des puissances entières. *L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Comprendre la relation entre logarithmes et puissances. ▪ Résoudre des équations d'inconnue x de la forme $a^x = b$, a entier naturel.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Calculer un logarithme en base entier naturel .
Nombres complexes	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Comprendre la notion de nombres complexes et la relation avec les différents ensembles de nombres. ▪ Connaître les parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe. ▪ Connaître les nombres complexes conjugués. ▪ Calculer avec les nombres complexes : somme, produit, inverse d'un nombre complexe non nul et quotient. ▪ Résoudre une équation du second degré à coefficients réels sans calculatrice. ▪ Résoudre l'équation $z^2 = c$, c nombre complexe.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Déterminer la partie réelle, la partie imaginaire, le conjugué et l'inverse d'un nombre complexe. ▪ Calculer avec les nombres complexes. ▪ Résoudre une équation polynomiale à coefficients complexes.

ANALYSE (A titre indicatif : 80 périodes)

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Suites	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Comprendre la notion de suites en tant que suite de nombres par des exemples. ▪ Connaître la notation du terme général de rang $n : u_n$. ▪ Comprendre les notions de suites définies en explicite et par récurrence. ▪ Calculer les premiers termes d'une suite définie explicitement ou par récurrence. ▪ Connaître les définitions puis savoir étudier des suites arithmétiques et géométriques. ▪ Calculer la somme de *n* termes consécutifs d'une suite arithmétique ou d'une suite géométrique et savoir résoudre tout exercice en découlant. ▪ Etudier les limites des suites arithmétiques et géométriques.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Utiliser un tableur. ▪ Introduire une suite dans une calculatrice ou un logiciel approprié avec ou sans tableur. ▪ Calculer un terme de rang donné d'une suite. ▪ Calculer la somme de termes consécutifs. ▪ Représenter de suites par un graphe (n,u_n) ▪ Résoudre tout exercice utilisant les notions précédentes.

Sauf précision supplémentaire, un élève doit être capable d'appliquer sans calculatrice les notions qui suivent pour ces fonctions de base :
pour: $a,b,c \in \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- $P(x) =$ polynôme de degré ≤ 3 ;
- $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$, $P(x)$ et $Q(x) =$ polynômes de degré ≤ 2 ;
- $a+\lambda\sqrt{bx+c}; \sqrt{ax^2+bx+c}$, $a+\lambda\cos(bx+c); a+\lambda\sin(bx+c); \tan x$

L'utilisation de l'outil technologique permet dans cette partie de ne pas se limiter à l'étude des fonctions de base.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Généralités sur les fonctions numériques	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* : ▪ Déterminer l'ensemble de définition. ▪ Reconnaître graphiquement et calculer o les zéros éventuels o le signe, o la parité (fonctions paires, impaires ou ni l'un ni l'autre) ▪ Rechercher la périodicité d'une fonction. ▪ Définir, comprendre la notion et reconnaître graphiquement une fonction croissante, décroissante, constante, monotone, sur un intervalle, ainsi qu'un extremum absolu et un extremum local. ▪ Définir des sommes, produits, quotients et composées des fonctions suivantes : $x \mapsto x ; x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$ $x \mapsto \dfrac{1}{x}$; $x \mapsto \sqrt{x}$ et trouver leurs ensembles de définition.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Tracer le graphique d'une fonction ▪ Choisir des unités et une fenêtre adéquates qui permettront d'observer une propriété donnée du graphique. ▪ Rechercher algébriquement l'ensemble de définition, les éventuels zéros, le signe, la parité.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	▪ Esquisser la représentation graphique des fonctions ci-dessous : $x \mapsto x\,;\, x \mapsto x^2\ ;\ x \mapsto x^3$ $x \mapsto \dfrac{1}{x}\ ;\ x \mapsto \sqrt{x}$ $x \mapsto \sin x\,;\, x \mapsto \cos x$ ▪ Esquisser la représentation graphique des fonctions associées à une fonction f donnée, k désignant un nombre réel : $f(x)+k,\ f(x+k),\ k\cdot f(x),\ f(k\cdot x),\ \lvert f(x)\rvert,\ f(\lvert x\rvert),$ où *f* est une fonction des fonctions suivantes : $x \mapsto x\,;\, x \mapsto x^2\ ;\ x \mapsto x^3$ $x \mapsto \dfrac{1}{x}\ ;\ x \mapsto \sqrt{x}$ $x \mapsto \sin x\,;\, x \mapsto \cos x$	▪ Manipuler les graphes des fonctions $x,\ x^2,\ \sin x,\ \cos x,\ \dfrac{1}{x}$ pour rechercher les propriétés des tracés associés de manière dynamique. ▪ Utiliser l'outil curseur pour représenter et étudier les graphiques des familles de fonctions à un ou plusieurs paramètres.
Limites	*L'élève doit savoir et/ou être capable de* ▪ Connaître les notions de limites finies et infinies d'une fonction au voisinage d'un point et de l'infini. ▪ Connaître les notions de limite d'une fonction à droite [resp. à gauche] d'un point. ▪ Connaître les énoncés sans démonstration des théorèmes sur la limite : o de la valeur absolue d'une fonction, o du produit d'une fonction par un réel, o de la somme, du produit, du quotient de deux fonctions, o de la composée de deux fonctions. ▪ Calculer les limites des fonctions de base	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Calculer une limite, une limite à droite et une limite à gauche. ▪ Conjecturer une limite à l'aide du graphique d'une fonction. ▪ Etudier des fonctions paramétriques ainsi que leur comportement aux bornes du domaine.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Formes indéterminées de la forme $"\frac{\infty}{\infty}", "\frac{0}{0}",$ $"0 \cdot \infty", "\infty - \infty"$	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Lever une indétermination dans le cas des fonctions de base ainsi que des fonctions du type $ax + b + \lambda\sqrt{cx + d}$; $\frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{ex + f}$, en utilisant les techniques suivantes : simplifications, mise en évidence du terme dominant, utilisation de l'expression conjuguée, etc.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Lever une indétermination étape par étape dans des cas plus complexes, en appliquant les techniques connues (simplifications, mise en évidence du terme dominant, utilisation de l'expression conjuguée, etc.). ▪ Observer et interpréter les limites des cas d'indétermination sur le graphique.
Continuité	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Connaître la notion de continuité d'une fonction en un point, de continuité à droite [resp. à gauche] d'un point. ▪ Connaître l'énoncé sans démonstration des théorèmes sur la continuité : o de la valeur absolue d'une fonction continue. o du produit d'une fonction continue par un réel, o de la somme, du produit, du quotient de deux fonctions continues, o de la composée de deux fonctions continues. o Connaître et appliquer la notion de prolongement par continuité.	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Tracer une fonction éventuellement définie par morceaux et reconnaître les éventuelles continuités. ▪ Etudier l'éventuelle continuité de fonctions paramétriques éventuellement définie par morceaux

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Dérivation	*L'élève doit savoir et/ ou être capable de*: ▪ Connaître la notion de nombre dérivé d'une fonction en un point et son interprétation géométrique ainsi que celle de nombre dérivé à droite [resp. à gauche] d'un point. ▪ Calculer à partir de la définition les nombres dérivés en un point des fonctions. $x \mapsto x\,;\, x \mapsto x^2\ ;\ x \mapsto x^3\ ;\ x \mapsto \frac{1}{x}\ ;\ x \mapsto \sqrt{x}$ ▪ Trouver l'équation de la tangente en un point du graphique d'une fonction. ▪ Comprendre la relation continuité - dérivabilité. ▪ Connaître la définition de fonction dérivée d'une fonction, puis celles de dérivées seconde et troisième. ▪ Calculer les dérivées des fonctions de base définies ci-dessus. ▪ Calculer les dérivées des fonctions issues des fonctions de base en utilisant : o La fonction dérivée du produit d'une fonction dérivable par un réel. o La fonction dérivée de la somme, du produit, du quotient, de la composée de fonctions dérivables.	*L'élève doit savoir et/ ou être capable de*: ▪ Construire une tangente à une courbe donnée et déterminer sa pente et/ou son équation. ▪ Remplir une table de valeurs des nombres dérivés et les représenter sous forme d'un nuage de points. ▪ Calculer des fonctions dérivées successives. ▪ Représenter sur le même graphique la fonction et sa dérivée. ▪ Observer et interpréter l'éventuelle dérivabilité sur le graphique. ▪ Etudier l'éventuelle dérivabilité de fonctions paramétriques.

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Applications des limites et des dérivées	*L'élève doit savoir et/ ou être capable de*: ▪ Appliquer le théorème de l'Hospital (sans démonstration) ▪ Appliquer les notions de limite et de dérivée à l'étude d'une fonction de base: sens de variation d'une fonction et recherche de ses extremums éventuels, asymptotes au graphe d'une fonction, concavité de la courbe représentative d'une fonction, points d'inflexion géométrique. ▪ Esquisser/tracer la représentation graphique de la fonction. ▪ Extraire toute information (toutes notions présentées ci-dessus dans les paragraphes « généralités sur les fonctions réelles », « continuité et limites » et « dérivation ») concernant toute fonction dont on ne connaît que la courbe représentative. ▪ Déterminer des caractéristiques d'une fonction connaissant le graphique de sa dérivée et inversement.	*L'élève doit savoir et/ ou être capable de*: ▪ Représenter une fonction et rechercher algébriquement ses éléments caractéristiques ▪ Représenter des familles de fonctions avec un curseur. ▪ Lever une indétermination étape par étape en appliquant le théorème de l'Hospital ▪ Etudier une propriété donnée d'une fonction paramétrique en fonction du paramètre. ▪ Trouver les lieux de points (extremums, points d'inflexion….) ▪ Résoudre analytiquement les problèmes d'extrema. ▪ Conjecturer graphiquement l'extremum d'une fonction issue d'un problème géométrique.

GEOMETRIE (30 périodes)

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Géométrie dans l'espace	*L'élève doit savoir et/ ou être capable de*: ▪ Connaître le vocabulaire et les notations de points, droites, plans, sphères. ▪ Connaître les différentes positions relatives de ces figures ainsi que le projeté orthogonal d'un point sur un plan, sur une droite et d'une droite sur un plan. ▪ Comprendre la notion de vecteurs, somme de vecteurs, produit d'un vecteur par un réel, vecteurs colinéaires, combinaisons linéaires de deux vecteurs, vecteurs coplanaires. ▪ Connaître l'équation vectorielle d'une droite et d'un plan. ▪ Connaître la notion d'angle et d'orthogonalité de deux vecteurs. ▪ Connaître la notion de produit scalaire de deux vecteurs de l'espace. ▪ Connaître la notion de norme d'un vecteur et de la distance de deux points. ▪ Comprendre la notion de distance d'un point à un plan, à une droite (par projeté orthogonal). ▪ Connaître la notion de produit vectoriel de deux vecteurs	

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Géométrie analytique	*Toutes ces notions doivent pouvoir être résolues <u>sans calculatrice</u>. Cependant, le but dans la partie <u>sans calculatrice</u> n'est pas d'évaluer les capacités calculatoires d'un élève mais sa compréhension de la géométrie* *L'élève doit savoir et/ ou être capable de*: ▪ Comprendre la notion de repères orthonormés. *Dans tout le chapitre de géométrie, le repère sera toujours choisi orthonormé* ▪ Comprendre la notion de coordonnées d'un point, d'un vecteur. ▪ Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires à l'aide d'un déterminant. ▪ connaître l'expression analytique du produit scalaire, de la norme, de la distance de deux points. ▪ déterminer les coordonnées d'un projeté orthogonal. ▪ calculer la distance d'un point à un plan, d'un point à une droite ▪ Trouver un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne de plan. ▪ Trouver des systèmes d'équations paramétriques et des systèmes d'équations cartésiennes d'une droite. ▪ Calculer l'angle de deux vecteurs de l'espace. ▪ Calculer les coordonnées du produit vectoriel dans un repère orthonormé direct.	*L'outil technologique et ses performances calculatoires peuvent aussi permettre à l'élève la résolution de problèmes géométriques de façon numérique.* *L'élève doit savoir et/ ou être capable de*: ▪ Résoudre des systèmes d'équations et interpréter les solutions. ▪ Calculer un déterminant. ▪ Calculer la norme d'un vecteur. ▪ Calculer le produit scalaire deux vecteurs ▪ Résoudre des problèmes de géométrie analytique nécessitant des calculs plus complexes.

PROBABILITES (A titre indicatifs : 20 périodes)

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
Analyse combinatoire et probabilités	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Déterminer le nombre des éléments d'un ensemble en utilisant : o des arrangements, avec et sans répétitions, d'un ensemble fini. o des permutations avec et sans répétitions d'un ensemble fini. o des combinaisons avec et sans répétitions d'un ensemble fini. $\left[C_n^k = \binom{n}{k}\right]$ ▪ Connaître les formules des combinaisons : $\binom{n}{0}$, $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{n}$, $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$, $\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n}{k}$ Triangle de Pascal et formule du binôme de Newton (sans démonstration). ▪ Calculer des probabilités d'événements équiprobables. $P(A)=\dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$	*L'élève doit savoir et/ou être capable de*: ▪ Calculer des permutations, des arrangements et des combinaisons

Sujets	Connaissances et compétences	Support technologique
	▪ Appliquer et approfondir les notions vues en 5ème année en utilisant si nécessaire l'analyse combinatoire : o Représentation de l'univers en extension. o Diagrammes de Venn o Arbres pour des événements indépendants (tirages avec remise) o Arbres pour des événements conditionnels (tirages sans remise) en introduisant la notation $P(A\|B) = P_B(A)$. o Tableaux double entrée. o Résoudre des problèmes avec l'utilisation des formules suivantes : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ (pour des événements indépendants) $P(A \cap B) = 0$ (pour des événements disjoints) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cup B) = 1$ (pour événements complémentaires) $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A \mid B) \qquad \left(P(A \cap B) = P(B) \cdot P_B(A)\right)$ ▪ Reconnaître dans une expérience aléatoire un schéma de Bernoulli et calculer la probabilité de *k* succès : $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$.	