



Europäische Schulen

Büro des Generalsekretärs
Abteilung für pädagogische Entwicklung

Ref. : 2010-D-611-de-3

Orig. : FR

S6P5 MATHEMATIKLEHRPLAN 6. SCHULJAHR SEKUNDARSTUFE

Gehobener Kurs 5 Stunden/Woche

VOM GEMISCHTEN PÄDAGOGISCHEN AUSSCHUSS DER EUROPÄISCHEN SCHULEN AM 4 UND 5 FEBRUAR 2010 IN BRÜSEL
GENEHMIGT

Mit Inkraftsetzung zum September 2010

ALGEBRA (unverbindliche Richtlinie: 20 Perioden)

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
<p>Einführung des Logarithmus</p>	<p><i>Der Logarithmus mit natürlicher Basis wird von ganzzahligen Potenzen ausgehend eingeführt.</i></p> <p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ den Zusammenhang von Logarithmus und Potenz. ▪ eine Gleichung der Form $a^x = b$ für natürliche Zahlen a lösen. 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <p>einen Logarithmus mit natürlicher Basis berechnen.</p>
<p>Komplexe Zahlen</p>	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ den Begriff der komplexen Zahlen und deren Zusammenhang mit den verschiedenen Zahlenbereichen verstehen. ▪ Realteil und Imaginärteil einer komplexen Zahl. ▪ das Konjugierte einer komplexen Zahl. ▪ die Summe, das Produkt und den Quotienten zweier komplexer Zahlen sowie das Inverse einer von Null verschiedenen komplexen Zahl berechnen. ▪ eine quadratische Gleichung mit reellen Koeffizienten in \mathbb{C} ohne Hilfe des Taschenrechners lösen. ▪ eine Gleichung der Form $z^2 = c$ ($c \in \mathbb{C}$) lösen. 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ den Realteil, den Imaginärteil, das Konjugierte und das Inverse einer komplexen Zahl bestimmen. ▪ mit komplexen Zahlen rechnen. ▪ eine Gleichung n-ten Grades mit komplexen Koeffizienten lösen.

ANALYSIS (unverbindliche Richtlinie: 80 Perioden)

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
Folgen	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ den Begriff der Folge anhand von Beispielen von Zahlenfolgen verstehen. ▪ die Schreibweise a_n des n-ten Glieds einer Folge. ▪ die Begriffe explizit und rekursiv definierter Folgen verstehen. ▪ die Glieder explizit und rekursiv definierter Folgen berechnen. ▪ die Definitionen arithmetischer und geometrischer Folgen kennen. ▪ Probleme lösen, welche die Eigenschaften arithmetischer und geometrischer Folgen beinhalten (z.B. Bestimmen des ersten Folgenglieds, der Differenz bzw. des Quotienten, etc.). ▪ die Summe n aufeinanderfolgender Glieder einer arithmetischen sowie einer geometrischen Folge berechnen und daraus resultierende Problemstellungen lösen. ▪ arithmetische und geometrische Folgen bzgl. ihres Grenzwertes untersuchen. 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Programme zur Tabellenkalkulation einsetzen. ▪ arithmetische und geometrische Folgen mit und ohne Hilfe von Tabellenkalkulation in einen geeigneten Taschenrechner oder eine geeignete Software eingeben. ▪ das n-te Folgenglied einer gegebenen Folge bestimmen. ▪ die Summe aufeinanderfolgender Folgenglieder berechnen. ▪ die Zuordnung $n \mapsto a_n$ graphisch darstellen. ▪ rechnerisch aufwendige Problemstellungen mit Hilfe eines Taschenrechners oder einer Software lösen.

Soweit nicht weiter konkretisiert, beziehen sich die im Abschnitt Analysis genannten Kenntnisse und Fähigkeiten, welche ohne Hilfe eines Taschenrechners beherrscht werden sollen, auf folgende Grundfunktionen für $a, b, c \in \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}$:

- Polynomfunktionen $P(x)$ vom Grad ≤ 3
- $\frac{P(x)}{Q(x)}$ für Polynomfunktionen $P(x)$ und $Q(x)$ vom Grad ≤ 2
 - $a + \lambda\sqrt{bx + c}; \sqrt{ax^2 + bx + c}$
 - $a + \lambda \cos(bx + c); a + \lambda \sin(bx + c); \tan x$

Die Nutzung geeigneter technologischer Hilfsmittel erlaubt es im Bereich der Analysis, sich nicht weiter auf die Untersuchung der oben genannten Funktionen zu beschränken.

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
Allgemeines über Funktionen einer reellen Variablen	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ die maximale Definitionsmenge bestimmen. ▪ anhand eines Graphen und rechnerisch <ul style="list-style-type: none"> ○ mögliche Nullstellen ○ das Vorzeichen ○ eventuelle Symmetrien (gerade/ungerade Funktionen) einer Funktion bestimmen. ▪ eine Funktion auf Periodizität untersuchen. ▪ folgende Begriffe definieren, deren Bedeutung verstehen und sie anhand graphischer Überlegungen erkennen: <ul style="list-style-type: none"> ○ auf einem Intervall zunehmende, abnehmende und konstante Funktionen. ○ auf einem Intervall monotone Funktionen. ○ absolute/ lokale Extrema einer Funktion. 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ den Graphen einer Funktion zeichnen. ▪ Einheiten und Grafikfenster so anpassen, dass vorgegebene Eigenschaften eines Funktionsgraphen untersucht werden können. ▪ eine Funktion rechnerisch hinsichtlich Definitionsmenge, Nullstellen, Vorzeichen und Symmetrie untersuchen können. ▪ Die Graphen der Funktionen $x, x^2, \sin x, \cos x, \frac{1}{x}$ dynamisch verändern, um charakteristische Funktionseigenschaften anschaulich darzustellen. ▪ Mit Hilfe eines Schiebereglers die Graphen von Funktionsscharen mit einem oder mehreren Parametern darstellen und untersuchen.

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Summe, Produkt, Quotient und Verknüpfungen folgender Funktionen definieren und deren maximale Definitionsmenge bestimmen: $x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$; $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \sqrt{x}$ ▪ die Graphen folgender Funktionen skizzieren. $x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$; $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$ ▪ die Graphen der Funktionen $f(x) + k$, $f(x + k)$, $k \cdot f(x)$, $f(k \cdot x)$, $f(x)$, $f(x)$, $k \in \mathbb{R}$ skizzieren, wenn f eine der folgenden Funktionen darstellt: $x \mapsto x$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$; $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$ 	
Grenzwerte	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ die Begriffe bestimmter und unbestimmter Grenzwert einer Funktion in der Umgebung eines Punktes sowie im Unendlichen kennen und anwenden. 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ (ein- und beidseitige) Grenzwerte in einem Punkt, im Unendlichen und an den Rändern der Definitionsmenge sowie an Definitionslücken berechnen.

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ die Begriffe rechts- und linksseitiger Grenzwert einer Funktion in einem Punkt kennen und anwenden. ▪ die Grenzwertsätze (ohne Beweis): <ul style="list-style-type: none"> ○ über den Absolutbetrag einer Funktion ○ über das Produkt einer Funktion mit einer reellen Zahl ○ über die Summe, das Produkt, den Quotienten, die Verkettung zweier Funktionen ▪ die Grenzwerte der oben genannten Grundfunktionen berechnen. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Grenzwerte anhand des Funktionsgraphen erkennen. ▪ Funktionsscharen sowie deren Verhalten an den Rändern der Definitionsmenge sowie an Definitionslücken untersuchen.
<p>Unbestimmte Formen der Art</p> <p>"$\frac{\infty}{\infty}$", "$\frac{0}{0}$", "$0 \cdot \infty$", "$\infty - \infty$"</p>	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ im Falle unbestimmter Formen bei den Grundfunktionen sowie den Funktionen $ax + b + \lambda\sqrt{cx + d}$; $\frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{ex + f}$ den Grenzwert unter Zuhilfenahme der Techniken der Vereinfachung (Kürzen), Ausklammern der höchsten Potenz, Erweitern mit dem Konjugierten, usw. berechnen. 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ den Grenzwert einer unbestimmten Form in schwierigeren Fällen Schritt für Schritt bestimmen, in dem er sich der bekannten Techniken (siehe 2. Spalte) bedient. ▪ die Grenzwerte unbestimmter Formen anhand des Funktionsgraphen beobachten und deuten können.

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
Stetigkeit	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ die Bedeutung der (rechts- und linksseitigen) Stetigkeit einer Funktion in einem Punkt kennen. ▪ die Sätze über die Stetigkeit (ohne Beweis) <ul style="list-style-type: none"> ○ des Absolutbetrages einer Funktion, ○ des Produktes einer stetigen Funktion mit einer reellen Zahl, ○ der Summe, des Produkts, des Quotienten zweier stetigen Funktionen, ○ der Verkettung zweier stetigen Funktionen. ▪ den Begriff der stetigen Fortsetzung kennen und diese anwenden. 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ den Graph einer Funktion (auch stückweise definierter) zeichnen und eventuelle Unstetigkeitsstellen erkennen. ▪ Funktionsscharen (auch stückweise definierte) auf Stetigkeit untersuchen.
Ableitung	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ die Definition der Ableitung einer Funktion in einem Punkt als Steigung der Tangente in diesem Punkt. ▪ die Ableitung in einem Punkt als Grenzwert des Differenzenquotienten verstehen. ▪ anhand der Definition Werte der Ableitung folgender Funktionen in einem Punkt berechnen: $x \mapsto x; x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \frac{1}{x}, x \mapsto \sqrt{x}$ ▪ anhand der Definition die Ableitungsfunktionen folgender Funktionen berechnen: $x \mapsto x; x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \frac{1}{x}, x \mapsto \sqrt{x}$ 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ eine Tangente an einen gegebenen Funktionsgraphen in einem Punkt konstruieren und deren Steigung und/oder Gleichung bestimmen. ▪ mit Hilfe einer Tabellenkalkulation eine Wertetabelle der Ableitungswerte erstellen und diese graphisch als Punktfolge darstellen (Streuplot). ▪ höhere Ableitungen bestimmen können. ▪ die Graphen einer Funktion und derer Ableitungsfunktionen in einem gemeinsamen Koordinatensystem darstellen. ▪ anhand dieser Graphen Vermutungen und Aussagen bzgl. der Differenzierbarkeit einer Funktion treffen.

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ die Gleichung einer Tangente am Funktionsgraphen in einem gegebenen Punkt bestimmen. ▪ den Zusammenhang von Stetigkeit und Differenzierbarkeit verstehen. ▪ die Bedeutung der zweiten und dritten Ableitung kennen. ▪ die (ersten, zweiten, dritten) Ableitungsfunktionen der oben genannten Grundfunktionen berechnen. ▪ die Ableitungsregeln auf die Summe, das Produkt, den Quotienten und die Verknüpfung zweier Grundfunktionen (Kettenregel) anwenden. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Funktionsscharen auf Differenzierbarkeit untersuchen.
Anwendung von Grenzwert und Ableitung	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ die Regel von l'Hospital (ohne Beweis) anwenden. ▪ die Begriffe Grenzwert und Ableitung in der Kurvendiskussion anwenden, um oben genannte Grundfunktionen hinsichtlich Steigung und Krümmung, möglicher Extrema und Flachpunkte sowie Asymptoten des Graphen zu untersuchen. ▪ den Graph einer Funktion skizzieren/zeichnen. ▪ ausschließlich anhand eines Funktionsgraphen alle Informationen über eine Funktion sammeln, die die in den Kapiteln „Allgemeines über Funktionen“, „Grenzwert und Stetigkeit“ und „Ableitung“ vorgestellten Begriffe betreffen. ▪ charakteristische Merkmale einer Funktion anhand des Graphen der Ableitungsfunktion bestimmen (und umgekehrt). 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ eine Funktion darstellen und sie algebraisch hinsichtlich ihrer charakteristischen Merkmale untersuchen. ▪ Funktionsscharen graphisch mithilfe eines Schiebereglers darstellen. ▪ einen Grenzwert Schritt für Schritt mithilfe der Regel von l'Hospital berechnen. ▪ eine vorgegebene Eigenschaft einer Funktionsschar in Abhängigkeit des Parameters untersuchen. ▪ Ortskurven bestimmter Punkte (Extrempunkte, Wendepunkte, ...) bestimmen. ▪ Extremwertprobleme mithilfe der Analysis lösen. ▪ Extremwerte von Funktionen, welche von geometrischen Problemen ausgehen, graphisch veranschaulichen.

GEOMETRIE (unverbindliche Richtlinie: 30 Perioden)

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
<p>Räumliche Geometrie</p>	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ die Begriffe und Schreibweisen von Punkten, Geraden, Ebenen und Kugeln im dreidimensionalen Raum kennen. ▪ die verschiedenen Lagebeziehungen von zwei der genannten Figuren kennen. ▪ die senkrechte Projektion eines Punktes auf eine Ebene und auf eine Gerade bzw. einer Geraden auf eine Ebene kennen. ▪ die Begriffe des Vektors, der Summe zweier Vektoren, des Vielfachen eines Vektors, linear abhängiger Vektoren sowie der Linearkombinationen zweier Vektoren kennen und verstehen. ▪ die vektorielle Darstellung von Geraden und Ebenen kennen. ▪ die Bedeutung der Begriffe Winkel zwischen zwei Vektoren und Orthogonalität zweier Vektoren kennen. ▪ das Skalarprodukt zweier Vektoren kennen. ▪ den Begriff des Betrags eines Vektors sowie den des Abstands zwischen zwei Punkten kennen. ▪ den Begriff des Abstands zwischen Punkt und Ebene sowie zwischen Punkt und Gerade kennen und verstehen (senkrechte Projektion) ▪ den Begriff des Vektorprodukts verstehen. 	

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
Analytische Geometrie	<p><i>Sämtliche hier aufgeführten Fähigkeiten und Fertigkeiten sollen ohne Hilfe eines Taschenrechners beherrscht werden. Jedoch sollen hier nicht die rechnerischen Fähigkeiten der Schüler trainiert und überprüft werden, sondern ihr Verständnis der räumlichen Geometrie.</i></p> <p><i>Das gesamte Kapitel der Geometrie bezieht sich ausschließlich auf orthonormierte Koordinatensysteme.</i></p> <p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ den Begriff der Koordinaten von Punkten und Vektoren verstehen. ▪ drei Vektoren mithilfe einer Determinante auf lineare Abhängigkeit untersuchen. ▪ die analytische Schreibweise des Skalarprodukts zweier Vektoren, des Betrags eines Vektors sowie des Abstands zweier Punkte kennen. ▪ die Koordinaten einer senkrechten Projektion bestimmen. ▪ den Abstand eines Punktes von einer Geraden sowie von einer Ebene berechnen. ▪ Ebenen in Parameter- sowie in Koordinatenform darstellen. ▪ Parameterform und parameterfreie Formen für Geradengleichungen finden. ▪ den Winkel zwischen zwei Vektoren im Raum bestimmen. ▪ das Vektorprodukt zweier Vektoren berechnen. 	<p><i>Die technischen Hilfsmittel erlauben den Schülern, geometrische Probleme auch numerisch zu lösen.</i></p> <p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Gleichungssysteme lösen und die Lösung interpretieren. ▪ eine Determinante berechnen. ▪ den Betrag eines Vektors berechnen. ▪ das Skalarprodukt zweier Vektoren berechnen. ▪ Probleme der analytischen Geometrie lösen, welche aufwendige Berechnungen erfordern (z.B. Gleichungssystem mit mehr als 3 Gleichungen).

WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG UND STATISTIK (unverbindliche Richtlinie: 20 Perioden)

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
<p>Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung</p>	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ die Anzahl der Möglichkeiten in folgenden Fällen bestimmen können: <ul style="list-style-type: none"> ○ Permutationen mit und ohne Wiederholung ○ Kombinationen mit und ohne Wiederholung <p style="text-align: center;">Schreibweise $\left[C_n^k = \binom{n}{k} \right]$</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Variationen mit und ohne Wiederholung ▪ die folgenden Formeln und Schreibweisen für Kombinationen kennen: $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{n}, \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}, \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$ ▪ das Pascalsche Dreieck sowie die Newtonsche Formel $(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$ für Binome kennen (ohne Beweis). ▪ Laplace-Wahrscheinlichkeiten berechnen: $P(A) = \frac{ A }{ \Omega }$ 	<p><i>Die Schüler sollen folgendes beherrschen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Permutationen, Kombinationen und Variationen berechnen können

Themen	Kenntnisse und Fähigkeiten	Nutzung technologischer Hilfsmittel
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ die Begriffe der 5. Jahrgangsstufe in Anwendungen der Kombinatorik anwenden: <ul style="list-style-type: none"> ○ Wahrscheinlichkeitsraum ○ Venndiagramm ○ Baumdiagramm für unabhängige Ereignisse (Ziehen mit Zurücklegen) ○ Baumdiagramm für bedingte Ereignisse (Ziehen ohne Zurücklegen) mit Einführung der Schreibweisen $P(A B) = P_B(A)$ ○ Vierfeldertafel (Mehrfeldertafel ???) ○ Problemlösen mithilfe folgender Formeln : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ für unabhängige Ereignisse}$ $P(A \cap B) = 0 \text{ für unvereinbare Ereignisse}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cup B) = 1 \text{ für komplementäre Ereignisse}$ $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A B) \text{ bzw. } P(A \cap B) = P(B) \cdot P_B(A)$ ▪ ein Bernoulliexperiment erkennen und die Wahrscheinlichkeit von k Treffern bei n Versuchen mit der Trefferwahrscheinlichkeit p berechnen. $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ 	